

## 【 1 】はじめに

はんだの接合は、金属表面におけるはんだの濡れ性を利用した接合方法です。そのため接合部の形状は、溶融状態にあるはんだの表面張力の影響を強く受けます。最近のICの高密度化を反映して接合部の寸法が微細になると、他の荷重に比べて表面張力が卓越するようになるため、表面張力を考慮した形状の予測技術の確立が大きな課題となっています。例えばBGAのはんだ接合部の疲労寿命を評価するような問題では、バレル型のはんだバンプの基部に発生するひずみの集中を明らかにするために、その正確な形状を知ることが重要です。この問題は、リフロー時にバンプに加わるパッケージ重量などの外力と、表面張力のバランスから定まる液滴の静的な平衡形状を求める問題であり、既に多くの研究例があります。

しかし、はんだ接合部の形成過程を把握するためには、このような平衡形状を求めるだけでは十分ではなく、その安定性を判定しなければならない場合があります。すなわち、微小な外乱を想定したときに、平衡形状が安定に保たれるのか、あるいは不安定に別の形状に移るのかを判定する問題です。例えば、フローの際に基板を濡らした後に残存するはんだの量を推定したり、あるいはブリッジの発生の有無を予測するような問題がこれに相当するでしょう。これらの課題に対処するため、弊社でははんだを粘性流体として取扱い、形状の変化をFEMによって時間増分的に解析する手法を開発して参りました。今回は、従来の理論解や実測値と比較することによって手法の妥当性を検証し、液滴の落下の安定性問題に適用した結果を報告します。

## 【 2 】表面張力による形状決定問題

溶融はんだに限らず、液滴の形状は液滴の内外の圧力差  $\Delta p$  と膜の表面張力  $\gamma$  との釣合いで定まり、(1)式のラプラスの方程式で表されることが知られています。

$$\Delta p = \gamma(1/R_1 + 1/R_2) \quad \dots (1)$$

ここで  $R_1$ ,  $R_2$  は液滴の主曲率半径です。この(1)式に基づいて液滴形状を決定する試みは決して新しいものではありません。例えば1883年にBashforthら<sup>1)</sup>は、Fig.1に示すような液滴に加わる重力と表面張力のバランスを(2)式のように与え、級数展開による近似解を計算することにより形状を決定しています。

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{1}{x} \left( \frac{dz}{dx} \right) \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right] = (2 + \beta z) \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} \quad \dots (2)$$

$$\beta = \frac{\rho g b^2}{\gamma}$$

ここで  $b$  は液滴の頂点の曲率半径、 $\rho$  は液滴の質量密度、 $g$  は重力加速度です。類似の方法にPaddayら<sup>2),3)</sup>のより広範囲な研究、またははんだバンプに適用した北野ら<sup>4)</sup>の研究がありますが、それらの成果については本研究と比較して後述します。

## 【 3 】剛塑性流れによる粘性のモデル化

今回の手法は、はんだを粘性流体として扱うことを特徴としています。最近の流体解析用のソフトウェアでは、表面張力を考慮できるものがありますが、はんだ接合のような構造設計的な色合いの強い問題は、構造系のソフトウェアで扱うことができれば、より広い分野への応用性が期待できます。今回は塑性流れとクリープ流れ(粘性流れ)の類似性を利用し、粘性の効果を構造解析用のFEMに組み込みました。塑性流れの記述においてミーゼス型の降伏関数を採用すると偏差応力  $\sigma'_{ij}$  と塑性ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  の関係は、降伏応力  $\bar{\sigma}$  と相当塑性ひずみ速度  $\dot{\bar{\epsilon}}$  を用いて(3)のように書けます。剛塑性流れの解析は、(3)式を構成則として採用したものです。一方、非圧縮性流体の粘性的な挙動は粘性係数  $\mu$  を用いて(4)式のように表せます。

$$\sigma'_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad \dots (3)$$

$$\sigma'_{ij} = 2\mu \dot{\epsilon}_{ij} \quad \dots (4)$$

(3)式と(4)式の比較から、剛塑性流れ解析における降伏応力として以下のような形式を採用すれば、粘性の効果を構成則の中に組み込むことができます。

$$\bar{\sigma} = 3\mu \dot{\epsilon} \quad \dots (5)$$

今回は、剛塑性流れのモデル化に、汎用FEMであるMSC.Marcを適用しました。尚、今回の解析では、形状の変化を逐次的に追っていますが、慣性の効果は無視しています。

## 【4】表面張力のモデル化

### 4.1 二次元軸対称

表面張力をFEMに組み込む方法として、ここでは液滴表面の主曲率 $R_1$ 、 $R_2$ を求め、(1)式から定まる圧力差を表面の法線方向に負荷する手順をとりました。軸対称問題の場合は簡単に、中心軸 (Fig.1 のZ軸) を含む縦断面による切り口、およびこれに直交し表面の法線を含む平面による切り口の曲率半径が主曲率半径となります。これらを $R_1$ 、 $R_2$ とすると、幾何学的に(6)式が与えられます。今回は表面を構成する節点の現在位置から表面の形状を多項式で近似し、その微係数を求めて(6)式を計算しました。

$$R_1 = \frac{-\left\{\left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + 1\right\}^{\frac{3}{2}}}{d^2x/dz^2} \quad \dots (6)$$

$$R_2 = x \left\{\left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + 1\right\}^{\frac{1}{2}}$$

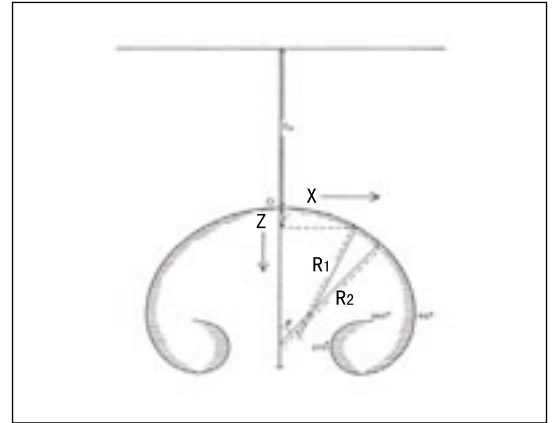


Fig.1 軸対称液滴の形状<sup>2)</sup>

### 4.2 三次元

3次元の場合も2次元と同様に曲面を関数近似することにより曲率を求めました。3次元曲面を近似する方法としてはいくつかの方法がありますが、ここではFig.2に示すようなFEMメッシュ表面上の9個の節点を2次で補間する方法を適用しました。このとき、この曲面上の任意の点の位置ベクトルは(7)式で表すことができます。ここで $r_{11}$ 、 $r_{12}$ 、 $\dots$ 、 $r_{33}$ は節点の位置ベクトルを示します。

$$\begin{aligned} \mathbf{p} = & k_{11}\mathbf{r}_{11} + k_{12}\mathbf{r}_{12} + k_{13}\mathbf{r}_{13} \\ & + k_{21}\mathbf{r}_{21} + k_{22}\mathbf{r}_{22} + k_{23}\mathbf{r}_{23} \\ & + k_{31}\mathbf{r}_{31} + k_{32}\mathbf{r}_{32} + k_{33}\mathbf{r}_{33} \end{aligned} \quad \dots (7)$$

ここで

$$\begin{aligned} k_{ij} = & f_i(u) f_j(v) \\ f_1(t) = & (1-t)(1-2t) \\ f_2(t) = & 4t(1-t) \\ f_3(t) = & -t(1-2t) \quad (0 \leq t \leq 1) \end{aligned} \quad \dots (8)$$

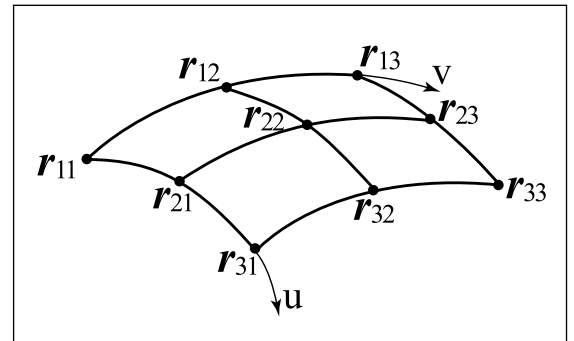


Fig.2 3次元メッシュ表面上の節点

このようにパラメーター表示された曲面の平均曲率Hは(9)式で得ることができます。

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \\ = & \frac{EN + GL - 2FM}{2(EG - F^2)} \end{aligned} \quad \dots (9)$$

ここで、E, F, G, L, M, Nは以下の通りです。

$$\begin{aligned} E = & \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u} & F = & \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v} \\ G = & \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v} \cdot \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v} & L = & \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial u^2} \cdot \mathbf{e} \\ M = & \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial u \partial v} \cdot \mathbf{e} & N = & \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial v^2} \cdot \mathbf{e} \end{aligned} \quad \dots (10)$$

また単位法線ベクトル  $e$  は次式で表されます。

$$e = \frac{\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v}}{\left| \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial v} \right|} \quad \dots (11)$$

## 【 5 】 解析例

### 5.1 壁面上の液滴の平衡形状

解析手法の妥当性を検証するため、Padday ら<sup>2)</sup>が扱っている水平な壁面上の液滴の問題を解析しました。問題の概要は、先に Fig.1 に示した通りです。数値計算によって求めた液滴の形状を Fig.3 に示します。図中、横軸の  $X$  は半径、縦軸  $Z$  は液滴の頂点から測った鉛直方向の距離を示します。Fig.1 とは  $Z$  の図示方向が逆になっているので注意して下さい。すなわち、Fig.3 は天地逆に見た表面形状です。Paddy の方法では、まず液滴の頂点すなわち Fig.3 中の原点での曲率半径を、計算の初期条件として仮定します。

増分値として微小な角度をとり、この曲率半径を用いて、次の点の座標値を求めます。この点に対して更に(1)式のラプラスの方程式を用いて、重力とのつり合いを考えると、その点での曲率半径が求まります。これを繰り返して曲線を描いていきます。図中の曲線を水平面で切り取ると、その点における曲線の傾きは液の濡れ角に相当します。また重力が0の場合はこの曲線は真円となります。液滴の体積はこの曲線に囲まれた領域を求積することにより求めることができます。すなわち、液滴の体積は初期の条件ではなく、計算結果であることに注意が必要です。

尚、液滴の形状を求める研究例は他にも多くあり<sup>5) - 8)</sup>、幾つかの手法が提案されていますが、いずれも平衡形状を求めることが主眼です。今回は手始めに、この平衡形状を求める問題に本研究の手法を適用してみました。結果を Fig.4 に示します。今回は(2)式の  $\beta$  として 50 と 200 の 2 ケースを解析しました。解析では、まず所定の体積を有する適当な初期形状を与え、これに自重と表面張力を加え時間増分を与えて解析を進めます。剛塑性流れ解析では非圧縮性が仮定されているので、液滴の体積は一定に保たれます。要素にはほんだの粘性が考慮されているので(5)式を満足しながら外荷重に釣合うひずみ速度場が形成されます。(5)式の解は定常速度場ですが、各解析ステップの速度場はこの定常速度場にほぼ等しいという仮定を置くと、速度と時間増分との積から変位が求まります。

この変位を用いてメッシュの座標値を更新し次の解析ステップに進みます。これを繰り返し、変形の履歴を追跡します。表面張力は形状に依存した荷重（従動荷重）であるので、これが自重と釣合う形状に至ると、液滴内は静水圧状態となります。この状態では、偏差応力はゼロ、すなわち速度場がゼロとなるので、平衡形状が得られます。Fig.3 に、この平衡形状をプロットで示します。先行の数値解に一致する結果が得られました。

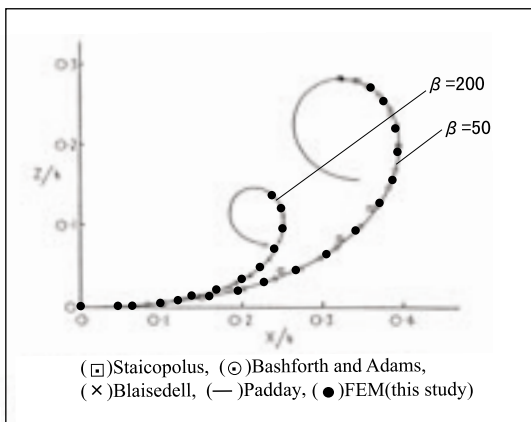


Fig.3 液滴の平衡形状<sup>2)</sup>

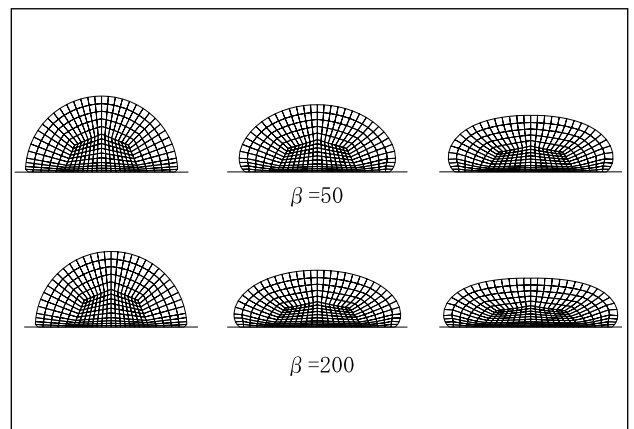


Fig.4 液滴の形状解析

### 5.2 はんだバンプの平衡形状

Padday らと同等の数値的な積分方法を実際のはんだバンプに応用した例としては、北野ら<sup>4)</sup>の研究があります。彼らはバンプに加わる鉛直方向の荷重をパラメータとして平衡形状を求め、実測値との一致を確認しています。同一の条件に今回の手法を適用した結果をFig.5に示します。はんだの表面張力による圧力差はバンプ径を細くする方向に作用します。従って、上方向からの荷重が小さいほど、バンプ高さは大きくなります。Fig.6はこれを図示したもので、今回のFEMによる手法は満足すべき結果を与えることが分かりました。

解析に使用した条件は以下の通りです。

表面張力	= $3.17E-4$ N/mm
質量密度	= $8.51E-6$ kg/mm <sup>3</sup>
体積	$V=0.23$ mm <sup>3</sup>
上下の패드半径	$r=0.3$ mm

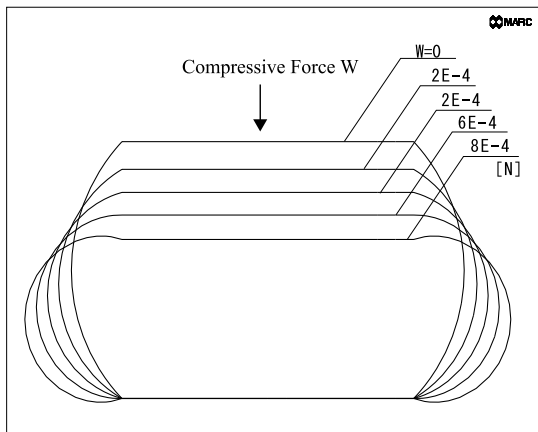


Fig.5 はんだバンプの形状解析

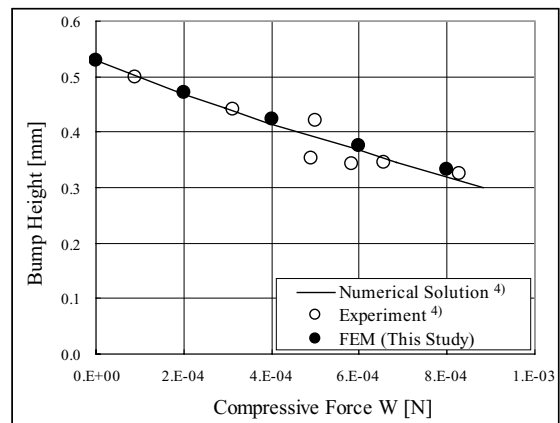


Fig.6 上載荷重とバンプ高さの関係

### 5.3 セルフアライメントの解析

今回の3次元の解析手法を用いて、溶融はんだにせん断方向の変位を与えたときの応答を解析しました。リフロー時には、はんだの表面張力によってICは基板のパターン上の正確な位置に移動します。この効果はセルフアライメントと呼ばれており、はんだが表面積を小さくしようとする働きに起因すると理解することができます。高精度な位置決めが要求される光デバイスなどの実装において、最近では、この効果を積極的に応用する試みがなされており、その特性を知る事が重要となっています<sup>9), 10)</sup>。

溶融したはんだバンプに対して、セルフアライメントを想定したせん断方向の荷重を与え、その応答を見る研究については、理論的な取り組みもあります<sup>6), 9)</sup>。ここではGoldmann<sup>5)</sup>の実測値との比較を試みました。Fig.7にFEMモデルを示します。条件は以下の通りです。

表面張力	= $3.86E-4$ N/mm
体積	$V=1.485E-3$ mm <sup>3</sup>
上側패드半径	$r_0=0.0678$ mm
下側패드半径	$r_1=0.0914$ mm
バンプに加わる鉛直方向の荷重	$F_A=3.7E-7$ N

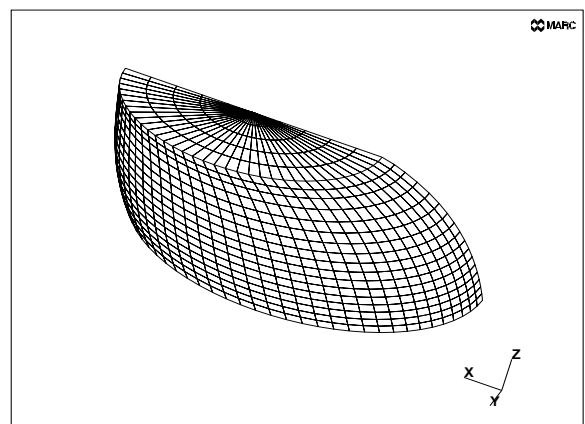


Fig.7 はんだバンプのせん断変形解析

Fig. 8はFig. 7のFEMモデルの上側パッドに加えたせん断方向の荷重と変位の関係を示します。この曲線を積分するとはんだ液滴のポテンシャルエネルギー、すなわち表面エネルギーと重力エネルギーの和を求めることができます。Fig. 9はこのようにして求めたポテンシャルエネルギーの変化を示します。図中の実線は本研究、またプロットはGoldmannの実測値から得られた結果を示し、両者は良好に一致していることがわかります。

一方、この表面エネルギーは液滴の表面積と表面張力の積から得ることもできます。今回示す例では重力エネルギーの変化は無視することができるので、ポテンシャルエネルギーは表面エネルギーにほぼ等しくなります。Goldmannはせん断方向に変形した溶融はんだバンプの形状が楕円体で近似できるものとして表面積を求め、ポテンシャルエネルギーを計算しました。Fig. 9の破線はこの数値計算の結果です。Goldmannはこの楕円体による近似の仮定は十分ではなく、変形が大きくなると、この数値解は実際より大きくなると予測しており、今回の我々の解析はこれを裏付ける結果となりました。

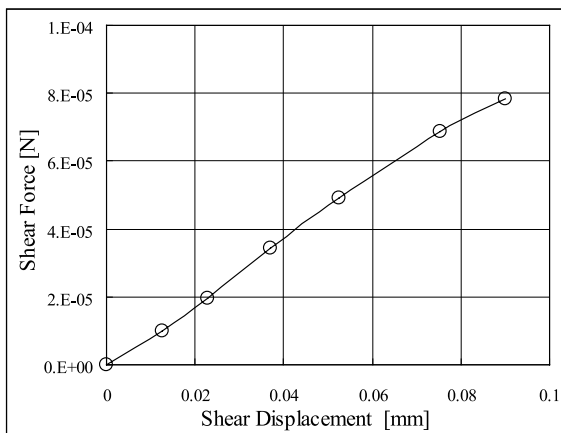


Fig. 8 はんだバンプのせん断荷重と変位の関係

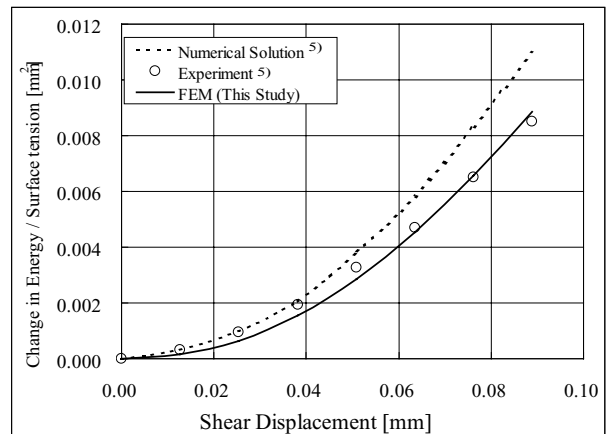


Fig. 9 せん断によるポテンシャルエネルギーの変化

## 5.4 安定性の解析

今までの例では、はんだの量が予めわかっているとして、そのつり合い形状を予測する問題を扱ってきました。この種のアプローチは、本研究の手法に限らず、既に多くの先行例があり、3次元も含めて実用的な結果が得られる水準に達しています。しかし、今回のFEMによる増分解析を用いれば、表面張力の形状依存性を考慮しつつ、液滴の過渡的な形状変化を追うことにより安定性の解析を行うことができます。ここでは、最も基本的な試みとして、水平な平板の下に付着した液滴の問題を取り上げました。液滴が平板に付着した状態では表面張力が自重を上回っているために形状の安定性が保たれています。しかし、容易に想像できるように、体積が限界値を超えると安定性が失われて液滴は落下します。このような問題は、単に力のつり合いのみから解くことはできません。

この分野は1990年代初頭から多くの研究がなされており、液滴の持つポテンシャルエネルギーの2階微分が正であることが安定条件であると指摘されています<sup>11)~13)</sup>。Baucherら<sup>11)</sup>は濡れ面が円形である場合に、その下に付着し得る液滴体積の最大値を求めています。この計算に、解析例5.2で用いたはんだの特性を適用すると、濡れ面の半径 $r$ と最大体積 $V_{cr}$ の関係はFig. 10のようになります。半径 $r$ が小さいうちは、はんだの最大体積はほぼ直線的に増加しますが、この例では半径が約6mm以上では最大体積は一定値に漸近することが分かります。

今回は $r=0.909$  mmとした場合について検討しました。このときの最大体積は $V_{cr}=16.4$  mm<sup>3</sup>です。そこでこの臨界値をはさんで、2つのモデル( $V=16.3$  mm<sup>3</sup>と $V=16.5$  mm<sup>3</sup>)を用意し、それぞれ重力下での変形の推移を解析しました。Fig. 11を見てわかるように、 $V=16.5$  mm<sup>3</sup>とすると液滴は落下し、今回の手法によって安定性の予測が可能であることが分かりました。今後、この手法をより実用的な問題に適用する計画です。

## 【6】結論

剛塑性流れ解析の手法を用いて、溶融はんだを粘性流体としてモデル化しました。また、液滴の表面形状を関数近似することにより曲率を計算し、表面張力の効果をFEMプログラムに組み込みました。表面張力が関与する代表的な形状予

測問題に対してこの手法を適用し、理論解及び実測値と比較することにより、妥当性を確認しました。また安定性の問題についても適用性を検討し、その予測が可能であることを確認しました。

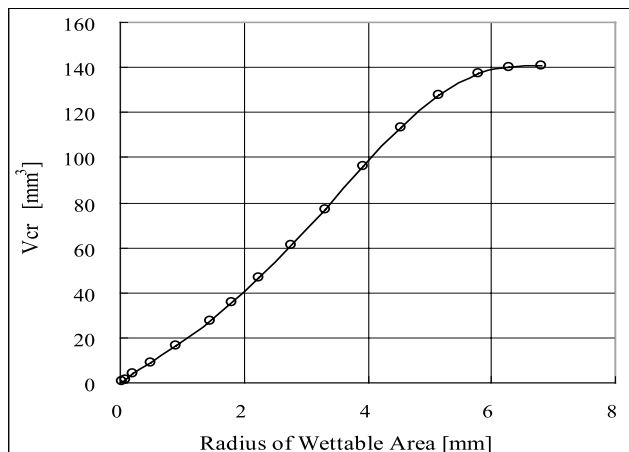


Fig. 10 濡れ面の半径と液滴の最大体積の関係

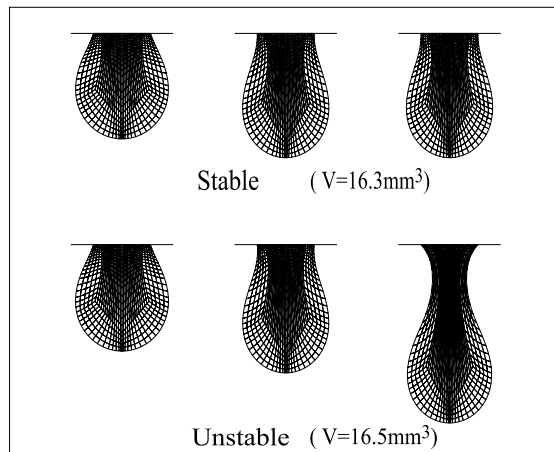


Fig. 11 液滴の落下解析

#### 参考文献

- 1) Bashforth, F., Adams, J. C., 1883, An Attempt to Test the Theory of Capillary Attraction, Cambridge Univ. Press, London/New York.
- 2) Paddy, J. F., Pitt, A. R., 1969, Axisymmetric Meniscus Profiles, J. Coll. Int. Sci., Vol. 38, No. 2, pp. 323-334.
- 3) Paddy, J. F., 1997, The Profiles of Axially Symmetric Menisci, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A Vol. 269, pp. 265-293.
- 4) Kitano, M., Honda, M., 1997, Shape predictions of solder bump joint by surface tension analysis and fatigue strength evaluation, Advances in Electronic Packaging, Inter PACK 7, ASME EEP-Vol. 19-2, pp. 1407-1412.
- 5) Goldann, L. S., 1972, Self-Alignment Capability of Controlled-Collapse Chip Joining, Proc. 22nd Electronic Component Conference, pp. 332-339.
- 6) Yost, B., et al, 1996, Shape of a Nonaxisymmetric Liquid Solder Drop Constrained by Parallel Plates, Transactions on Components, Hybrids and Manufacturing Technology, IEEE, Vol. 16, No. 5 pp. 523-526.
- 7) Heinrich, S. M., et al, 1996, Prediction of Solder Joint Geometries in Array-Type Interconnects, Journal of Electronic Packaging, ASME, Vol. 118, No. 3, pp. 114-121.
- 8) Chiang, K. N., Chen, W. L., 1998, Electronic Packaging Reflow Shapes Prediction for the Solder Mask Defined Ball Grid Array, ASME Journal of Electronic Packaging Vol. 120, pp. 175-178.
- 9) Patra, S. K., Sritharan, S. S. and Lee, V. C., 1995, Quantitative Characterization of a Flip-Chip Solder Joint, ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 62, pp. 390-397.
- 10) Paul O. Haugsjaa, 1997, Passive Alignment for Optoelectronic Components, ASME, Advances in Electronic Packaging, Vol. 1, pp. 753-758.
- 11) Boucher, E. A., Evans, M. J. B., 1975, Pendent drop profiles and related capillary phenomena, Proc. R. Soc. Vol. 346, pp. 349-374.
- 12) E. Pitts, 1974, The stability of pendent liquid drops, Part 2. Axial symmetry, J. Fluid Mech., 63 Part 3, pp. 487-508.
- 13) Wente, H. C., 1980, The stability of the axially symmetric pendent drop. Pacific J. Math. 88, pp. 421-470.
- 14) R. J. Klen Wassink, 1989, Soldering in Electronics, 2nd Ed., Electrochem. Pub., Scotland.
- 15) Nagata, T., Kobayashi, T., Sakuta, H., Ogawa, K., 2001, Predictions of Solder Joint Geometry by Rigid-Plastic Flow Analysis strength evaluation, Advances in Electronic Packaging, Inter PACK 1, ASME.

表紙：前田真三，丹溪，イザヨイバラ。

## Mate2002 研究奨励賞受賞

第8回エレクトロニクスにおけるマイクロ接合・実装技術シンポジウム  
2002年1月31日～2月1日 パシフィコ横浜

溶接学会主催のMate2002は、今回、94件の論文を集めて約600名の参加の下に開催されました。弊社から、「剛塑性流れ解析によるはんだの形状解析」と題し、青山学院大学 佐久田博司助教授との連名で講演した結果、研究奨励賞を受賞しました。皆様の日頃のお引き立てに、厚く御礼を申し上げます。

### 剛塑性流れ解析によるはんだの形状解析

Prediction of Solder Joint Geometries by Rigid-Plastic Flow Analysis

永田 孝弘 , 小林 卓哉 , 佐久田 博司  
(株)メカニカル・デザイン・アンド・アナリシス , 青山学院大学理工学部

Takahiro NAGATA , Takaya KOBAYASHI , Hiroshi SAKUTA  
Mechanical Design & Analysis Corporation  
College of Science and Engineering, Aoyama Gakuin University

Rigid-plastic FEM which is based on iteration for the velocity field in an incompressible viscous fluid is an approach to large deformation analysis. We applied this concept to the prediction of solder joint shapes. In this kind of problem, effects of surface tension dominate. Since surface tension is a distributed load that depends on surface curvature, we employed 2D and 3D methods in which the load is updated based on instantaneous state of surface. To verify the accuracy of this method, we analyzed some shape and stability problems of liquid drops for which theoretical solutions were given. Practical applications of the method were also performed for the 2D and 3D solder joint problems, and the results showed a good agreement with experimental ones.

**Mechanical  
Design &  
Analysis**

[www.mech-da.co.jp](http://www.mech-da.co.jp)

株式会社メカニカル・デザイン・アンド・アナリシス  
〒182-0024 東京都調布市布田1-40-2 アクシス調布2階  
TEL 0242-82-1539 FAX 0424-82-5106 [comm@mech-da.co.jp](mailto:comm@mech-da.co.jp)