

vol. 2010-1

# *Mech D & A News*

Mechanical Design & Analysis Co.

July 2010



プラハ, 2009年7月

## 非線形CAEの研究動向と材料モデリング

*FEM Consulting Services for Engineering Practice  
Find Innovation in Tradition 2008-2019*

# 非線形 CAE の研究動向と材料モデリング※

東北大学 寺田賢二郎

## 【1】はじめに

“非線形 CAE の研究動向”などと大それたタイトルにしてしまい、やや後悔している。自分自身、間違いなく「非線形 CAE」の研究に従事していると言えるが、計算力学/計算工学分野における研究全体を俯瞰し、この場でそのトレンドを公言するのは少々荷が重い。特に、学術分野としての「計算力学/計算工学」の研究が、主に産業界に浸透している「CAE」分野の研究・技術開発とが相当に乖離している現在<sup>(1)</sup>、双方を対比させながら、実務にもつながるような“非線形 CAE”の視点で研究動向を断定するのは危険である。しかし、ここでの“研究動向”を、あくまでも学術的な研究に関するものに限定し、実務レベルでの“非線形 CAE”と計算力学/計算工学との距離を確認しながら議論を展開することは可能かもしれない。

本稿では、そのような視点から、最新の計算力学/計算工学分野の研究発表の調査結果を分析するとともに、特に近年注目を集めているマルチスケール材料モデリングに関する研究に焦点をあてて、非線形 CAE への展開と今後の方向性について思案してみたい。

## 【2】 計算力学関連の国際会議における研究

積本節では、2010年5月16-21日にフランス、パリにて行われた IV European Congress on Computational Mechanics (ECCM 2010)<sup>(2)</sup> を例にとり、計算力学/計算工学の学術研究の動向を概観しよう。この講演会は、ヨーロッパを中心としたリージョナルな国際会議であり、研究への取り組み方に多少の差異はあるものの、研究テーマの内容は他の同類の国際会議と大差はないので、用いたデータとその分析結果は世界的な動きを代表しているものと考えて差し支えない。

まず、ヨーロッパの計算力学研究に目を向けると、未だに既存の CAE ソフトの機能の強化を目的として、粛々と進められているように強く感じることができる。実際、S. Reese (ドイツ, RWTH Aachen University) の Plenary Lecture (特別講演) は、「Challenges of computational modelling in production and medical technology」というタイトルで、明確に医工学的応用のターゲットを持ちながら、Abaqus が誇る高性能要素との比較データを示しながらの、極端な大変形の解析を可能とする要素開発の研究成果が示された。はやりに乗ることなく地道に取り組んできた成果であり、明らかに汎用ソフトウェアへの実装を意図しての研究開発と見て取ることができる。

これに対して、近年の米国（あるいは日本も）の研究は、「新しいからよい」的な、あるいは学者の趣味的な手法論に傾倒する傾向が強く、CAE の実務への応用に根ざしたソフトウェア開発は少なくなったようである。勿論、常に新しい計算理論・技術を商用ソフトウェア化し、FEM の汎用化を牽引してきたのは米国であり、そのような応用に根ざした計算力学研究は無いことはないが、以前ほどの活気が感じられない。

また、非線形 CAE ソフトの代表格である Abaqus が、フランス Dassault Systemes 社の SIMULIA ブランドに移行したことは、あたかもユーザフレンドリーさを追求しての CAE ソフトの大衆化の側面もないではないが、上述のような米国の研究の現況を踏まえ、ヨーロッパ的研究の成果を当てにしている動きではなかったかと思えるのは少々考えすぎであろうか。ちなみに、Dassault Systemes 社は今回の ECCM 2010 の大口スポンサーであり、Opening Ceremony 後の特別講演は President 兼 CEO の B. Charles による「Virtual world for sustainable innovation」であった。

この類の学術講演会で、ベンダーのトップが講演を行うことは非常に珍しく、ヨーロッパの学術研究のコミュニティが汎用ソフトと共存していくという意志の表れかも知れない。ただし、発表内容自体は online collaborative platform や PLM (Product Lifecycle Management) の宣伝に終始し、計算力学分野の研究者による地道な研究成果の重要性を訴えるものではなかったのが残念であった。

\*本稿は 2010 年 7 月に東京において開催された Mechanical Design 2010, 第 3 回株式会社メカニカルデザインユーザ会における基調講演を取りまとめたものです。講演をいただいた皆様、また御参加の皆様のお引き立てに改めて御礼を申し上げます。

Table 1 ECCM 2010 における研究テーマ別発表件数

テーマ	発表件数
Computational strategies, solution algorithms, high-performance computation	277
<i>Multiple scales, homogenization, heterogeneous media</i>	222
Dynamics, vibrations, impacts, waves and related problems	180
Coupled problems, multifield and multiphysics modeling	168
Fracture, failure, fatigue, lifetime assessment	137
Contact mechanics and related issues	123
Biomechanics	112
<i>Computational modelling of materials</i>	111
Industrial applications	108
Optimization, control, design, sensitivity analysis	103
Identification, inverse problems	97
<i>Mechanics at small scales, microstructure modeling</i>	82
Uncertainty, probabilistic and stochastic approaches	82
Data processing, image processing and related topics	71
Modelling of processes	48
Adaptativity, verification and validation	47

さて、この ECCM 2010 では、110 のミニシンポジウム (我が国ではオーガナイズドセッションと呼ばれることが多い) が提案され、1968 件の発表が行われた。主催者から提供してもらったデータによると、表 1 のような分野と講演件数 (多い順) の実績である。最も多い「Computational strategies, solution algorithms, high-performance computation」には、T.Hughes により提案され、CAD の NURBS データを直接利用することが売りで近年注目を集めている

「Isogeometric analysis」も含まれている。先に挙げた高性能有限要素の開発もこの分野である。また、90 年代後半に隆盛を極めた「Meshless/Meshfree 法」は、現在ではさほどの勢いはないが、個別の産業分野あるいは現象解明への応用を目指した研究が目立つ。この傾向は、「X-FEM/GFEM」の研究についても同様である。次に多い発表は、いわゆる「材料のマルチスケールモデリング (Multiple scales, homogenization, heterogeneous media)」であり、8 番目にランクしている「材料計算のモデル化 (Computational modelling of materials)」と合わせて「材料モデリング」に分類すると 333 件となるので、最も発表件数の多いトピックと見ることができる。また、「Mechanics at small scales, microstructure modeling」も Macro-scale の特性評価が背景にあるものと推察され、これを入れると 415 件である。

表 2 は、110 のミニシンポジウムのうち、「マルチスケール材料モデリング」とも呼ぶべきもののリストである (関連を示す単語に下線を付した)。似たようなテーマ名が並んでおり、よく見ると「材料構成モデル」とは言えないものもあるようなので、415 件は多く見積もり過ぎかもしれない。しかし、「マルチスケール材料モデリング」はトレンドの一つのことは間違いないので、本稿の後半ではこのトピックに焦点を当ててその内実を分析してみる。

なお、余談となるが、昨今注目を集めている「Adaptativity, verification and validation」は「Uncertainty, probabilistic and stochastic approaches」とともに妥当性の検証をテーマとしたもので、汎用 CAE ツールの大衆化が進み、解析の敷居が低くなったいま、我が国でも危急に取り組むべき課題として認識されている。

## 【3】 非線形 CAE のための材料モデリング

### 3.1 はじめに

前述のように、現在の学術研究における「材料モデリング (materials modeling)」のトレンドは、明らかに「"マルチスケール"材料モデリング」である。図 1 に示すように、一般的な材料のほとんどすべてが微視的にみれば非均質構造を有しており、その微視的 (ミクロ) スケールでの「構造体としての」挙動が、巨視的 (マクロ) な「材料としての」挙動を支配しているため、両スケールを関連づけることで材料モデルを構築しようというアイデアである。考え方および

Table 2 ECCM 2010 における材料モデリング関連のミニシンポジウム

Applied <u>homogenization</u> for advanced structural simulations
Arlequin, fe2 and other embedded domains methods for multimodel and <u>multiscale</u> mechanical problems: advances, analyses and computation of challenging fine scales applications
Biological cells and capsules
Composite materials and <u>multiscale</u> modeling and design in medicine and engineering
Computational <u>homogenization</u> of single and multiphase polycrystalline aggregates
Computational material modeling of wood and wood products
Computational mechanics of biological tissues
Computational methods for radiation shielding on nuclear facilities
Computational modeling of gradient plasticity
Computational models and methods for multiphysics processes in geomaterials, biomaterials and other multiphase porous media
Computational models for masonry structures
Computational treatment of interfaces in multi-physics and <u>multi-scale</u> problems
Damage anisotropy: modeling and computational issues
Dynamics of moving materials: instability effects
Experiments, theory, and numerical modelling of waves in heterogeneous porous media
Heterogeneous materials with inelastic behavior
Identification of material models by non-trivial tests and innovative measurement techniques at different observation scales
Mathematical analysis and experimental characterization of micro-heterogeneous materials
Mechanics of microstructured interfaces
Methods and applications of <u>multiscale</u> materials modeling
<u>Micro and macro</u> structural optimisation with anisotropic composite materials
<u>Micro-macro</u> scale-coupling and transition in solid and fluid mechanics
Micromechanical modeling of composites and heterogeneous materials with <u>hierarchical</u> microstructures
Modeling of fiber-based structures
Modeling of nanofiller reinforced composites/cementitious materials
Modeling plasticity and damage in porous media
<u>Multiscale</u> and multiphysics computational methodologies for complex materials
<u>Multiscale</u> methods in computational materials science
<u>Multiscale</u> modeling and dislocation density based models in plasticity
Numerical modelling of microstructure evolution in metal forming conditions
Physical approaches in computational sciences of metal or semi-conductor materials
Sandwich structures: computational mechanics and <u>multiscale</u> modelling
Textile materials and environment in buildings

方法論は古く、19世紀の物理数学分野における理論展開を除けば、20世紀中頃の航空宇宙産業の勃興期に、材料力学および構造力学から派生した複合材料の力学(3)や、理論力学の流れを汲むマイクロメカニクス(4)、(5)は、シミュレーションツールの普及と平行して発展したマルチスケール材料モデリングと捉えても良い。つまり、"マルチスケール"は特に新しい概念というわけではなく、従来の古典的な材料モデリングにも、マルチスケールの視点が多かれ少なかれ取り込まれていた。そして、CAEへの応用を意識することなく、解析解あるいは理論解を求めようとする"マルチスケール"材料モデリングは、細々とではあるが今もなお一つの研究分野を形成している。

「材料モデリング」に対して「マルチスケール」あるいは「マイクロ・マクロ」という枕詞を付した研究の発信源は、ご多分に漏れず米国であり、95年頃のUSNCCM (US National Congress on Computational Mechanics)においてN.KikuchiやJ.Fishといった、どちらかといえば構造力学系の研究者が複合材料の等価物性評価に均質化法

(homogenization method)<sup>(6), (7)</sup>を適用する際に使い始め、それをきっかけに主に計算力学分野で世界的に、そして急速に広まった。前述のように方法論自体は古くからあるにも関わらず、数値シミュレーションを前提にした材料モデリングという意味の「新しさ」を前面に出したもので、当然、研究資金獲得のためにも魅力的な用語であったし、現在でもそうである。当時、ほとんど時間遅れなく我が国へも導入され、学術研究における一分野とみなされている。

今日では、連続体力学をベースとする計算力学分野だけでなく、分子動力学法や第一原理計算をツールとする計算材料

科学，計算化学分野でも，「マルチスケール」は何かしらの新しさを印象付ける便利な用語として多用されている．しかし，皆もその"新しさ"に慣れ，熱狂からも覚めかかっているようなので，この機会に，冷静に「マルチスケール材料モデリング」の学術研究の内実を分析し，（産業界への応用を意図した）非線形 CAE における材料モデリングへの展開という観点から，今後の方向性を模索してみよう．

### 3.2 マルチスケール材料モデリング

連続体力学で記述される力学問題における未知変数は，各物質点で変位・ひずみ・応力の3つがあり，それらに関係付ける数理モデル（微分方程式）も，運動方程式（あるいは運動量保存則）・変位-ひずみ関係式（定義）・構成則の3種である．図2の上部（マクロ CAE の部分）はこの関係を模式的に示している．前者の2つの関係式は，保存則（物理法則）と定義式であり，材料種別に関係なく成り立つ．これに対して構成則は，材料ごとに（数理モデルとしての）関数形を規定するもので，材料の数だけモデルが存在するといっても過言ではない．したがって，「構成則」の関数形を規定したり，そのパラメータを同定したりするための「材料モデリング」は，力学現象の数理モデル化に関する研究の大半を占める大きな研究テーマである．ただし，非線形 CAE における構成方程式（材料モデル）の位置づけは明快で，その関数形は一般形で表すことができるので，その型さえ理解できれば数理モデル自体に難点は少ない．難しいとされるのは，"実際の材料挙動"に照らして関数形（および熱力学プロセスを特徴づける内部変数）を決定する作業である．

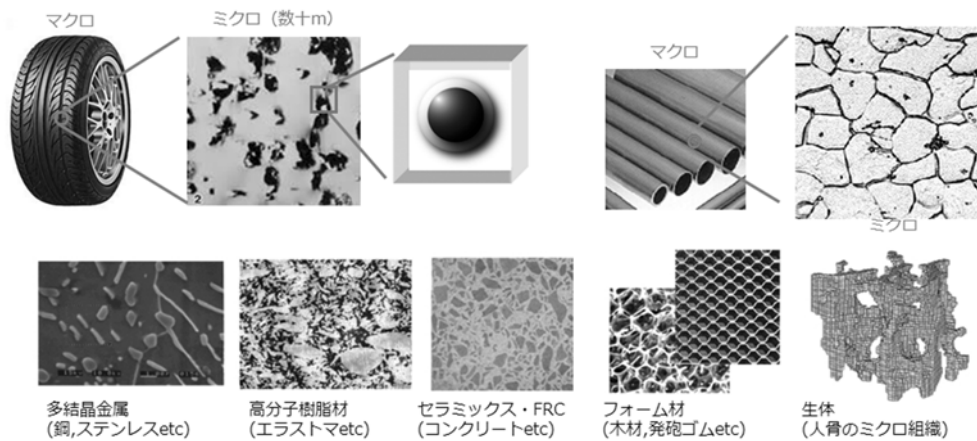


Fig.1 材料内部構造の非均質性

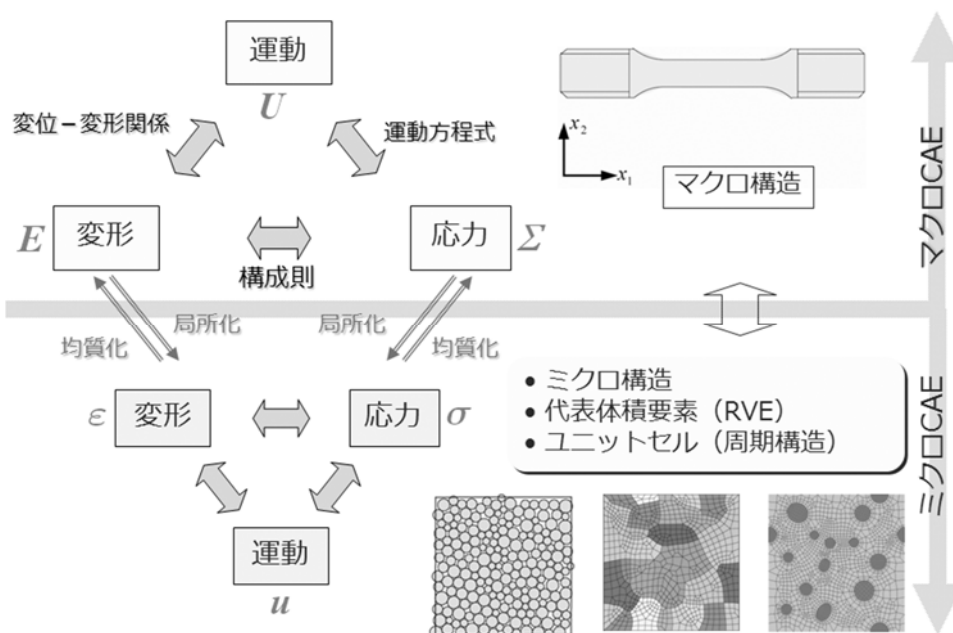


Fig.2 均質化法に基づくマルチスケール材料モデリングの概念

従来のような、実験的計測に基づいて「現象論的構成モデル」を構築するための材料モデリングであれば、何もミクロスケールにまで目を向けずとも、シングルスケールで十分対応可能であろう。つまり、実験データを"実際の材料挙動"として、図2における「マクロ CAE」の枠組みで変形と応力を関係付ける構成則の関数形を規定できれば目的を達成したことになる。実際、多くの材料モデルが、このような考え方に基づいて考案され、その一部が非線形 CAE ソフトに実装され、利用可能になっている。より精度良く材料挙動を予測するために、ミクロスケールにおけるすべりやボイドを考慮したモデルも存在するが、これらはあくまでも"現象論的に"ミクロ挙動を考慮しているのであって、"陽に"モデル化しているわけではない。

非線形 CAE ソフトで利用可能な構成則や、比較的良く材料挙動を再現しうると評される構成則は実績もあり、シングルスケールで十分であるとする見方もある。しかしながら、材料モデリングで未だに解決されていない、すなわち構成則の議論が収束しない材料挙動は枚挙にいとまがない。そしてその多くは、ミクロ構造の示す複雑な構造的挙動の結果として発現するであろう、マクロ非線形材料挙動の"異方性"と"変形履歴への依存性"の表現性能に乏しいものである。マルチスケール材料モデリングが、理論と実験に頼ってきた材料モデルの研究者を魅了し続けるのも頷ける。そして、計算力学/計算工学の研究分野において、ミクロスケールの挙動を陽に再現したうえでマクロ材料挙動をモデル化するという「マルチスケール材料モデリング」が"はやる"のもそのような理由によるものなのであろう。

「マルチスケール材料モデリング」の方法論の代表格である「均質化法」に焦点をあてると、そのモデル化のアイデアは、図2に模式化した通りである。すなわち、前述のような従来のシングルスケールの材料モデリングで規定している構成則をマクロスケールの材料モデルとみなし、微視的な非均質性やメカニズムを表現しうる程度小さいスケール（ミクロスケール）の構造体を導入し、そこで設定する力学問題を解いて両スケールの挙動を関連づけるというものである。

ここで、ミクロスケールでの構造体のことを、代表体積要素 (Representative Volume Element: RVE)、(幾何学的周期性が仮定出来る場合は) ユニットセル、あるいは単にミクロ構造と呼んでいる。このミクロ構造が定義できれば、それを解析対象として非線形 CAE のノウハウを適用することが可能であり、ミクロスケールで起こりうる現象を数値シミュレーションで再現し、その挙動を平均的に見ることでマクロスケールの"任意の"材料挙動を予測できる訳である。後述するように、この"任意性"こそマルチスケール材料モデリングの強みとなるが、ミクロ構造内部の材料は素性がよく、単純かつ実績のある材料モデルを適用できることが前提となっている点に留意されたい。

### 3.3 非線形マルチスケール材料モデリングの問題点

非線形問題の場合、マルチスケール材料モデリングには幾つかの問題点が指摘されている。その一つは、この方法論自体に材料構成則の関数形を決める仕組みは含まれていない点である。すなわち、ミクロ構造の数値解析モデルを生成して、適当な境界条件の下で解析し、平均挙動を計算するわけだが、通常の実験と同じく応力-ひずみ曲線のデータしか取得できず、構成則の関数形は教えてくれない。したがって、非線形問題に対する均質化法に基づくマルチスケール解析手法と呼ばれる解法は、図2におけるミクロとマクロの数理モデルを完全に連成させて解析 (8), (9) するか、もしくはマクロ構成則の関数形をユーザーが仮定してそのパラメータを同定するための数値材料試験 (10), (11), (12) に頼るしかない。

前者は、現在の汎用 CAE ソフトで実現するのは非常に困難であるし、解析ができるとしてもマクロ構造の各応力評価点の数だけミクロ構造の非線形解析を繰り返す必要があり、実務への応用をにらむと現実的な選択ではない。一方、後者のマクロ構成則の関数形を仮定する方法では、そのパラメータを同定するためにミクロ構造を供試体とみだてた"数値材料試験"を行うことになり、実験に基づく材料モデリングと同等の評価が可能である。しかし、材料モデリングの大目的は、ある材料の材料挙動を表現しうる関数形を規定することであるので、マルチスケール解析でこの「マクロ構成則の関数形を仮定する方法」の魅力は少ないかも知れない。にもかかわらず、この枠組みにおける数値材料試験は、仮定されたマクロ構成則のパラメータ同定のための数値シミュレーションという位置づけだけでなく、材料構成則の関数形を構築するための強力なツールとなりうることを強調したい。このことは、今後のマルチスケール材料モデリングの展開とも関わるので後でも取り上げる。

もう一つの問題点は、マイクロ構造の解析に際して、その幾何性状に加えて個々の材料の構成モデルおよびその材料パラメータが既知でなければならない点である。前述したように、マルチスケール材料モデリングは、「単純かつ実績のある材料モデルをマイクロ構造に適用することでより複雑なマクロ材料モデルを構築できる」という考え方に基づいているので、マイクロ構造を構成している材料モデル、特性あるいは力学挙動自体が不明な場合には適用できない。しかし、マイクロ構造内の材料に対して材料モデルを提供出来ないのであれば、それはマイクロ非線形 CAE だけの問題ではなく、マクロ非線形 CAE にも共通の課題であるといえよう。

## 【4】 数値材料試験と非線形 CAE

### 4.1 数値材料試験の可能性

どのような条件でも設定できる万能試験機が手に入ったとすれば、これまでの材料モデリングに関する研究に与える影響は計り知れない。なぜなら、現存する構成モデルの表現能力に限界があるのは（もしくは検証が十分でないのは）、実験データが不足していることが原因と言っても過言ではないからである。対象としている材料のマイクロ構造の解析ができれば、いかなる負荷状態での応答も提供してくれる。それが、上で述べたマルチスケール材料モデリングの枠組みにおける「数値材料試験」である。以下、繰り返しになるが、別の説明を試みよう。

従来のシングルスケールの材料モデリングは、実験データ、すなわち材料が直接的に示す現象に基づいて数理モデルを考案できる利点があるが、そもそも実験に費用と時間がかかるだけでなく、弾性異方性や塑性異方性が顕著な非弾性材料では、実験自体が困難、あるいは場合によっては不可能な場合があり得る。これに対して、数値材料試験に基づくマルチスケール材料モデリングでは、“数値”供試体とみなされる数値解析モデルに対して“任意の”負荷を与えることができ、マクロ的に異方性を示す材料であってもパラメータを同定するのに十分な数の応力-ひずみ関係のデータを（理想的には）安価に入手することができる。

したがって、生産活動プロセスにおける実機の実験・計測作業の多くを、数値シミュレーションに置き換えることが CAE の目的の一つであると同様、材料モデリングに際してできる限り実物の材料試験に頼らず、数値材料試験により“計測”されるマクロ材料挙動データを積極的に活用することは、材料の内部構造に対する CAE と見なすことができる。これが、前述の「マイクロ CAE」の語感であり、対応する方法論が確立されれば、マイクロ構造の形と材料を決めるという意味の材料設計にも応用可能であろう。勿論、(前述のように)非線形解析に際してマイクロ構造内で起こりうる現象を正しく再現できることを前提としているので、数値材料試験の正当性については十分な検証が必要であるが、ミクロスケールの構成材料の構成則とパラメータがある程度の精度が保証されていて、かつ CAE ソフトが対応する非線形挙動を適切に予測できれば、かなり正確なマクロ材料応答が得られるものと期待できる。

実のところ、現状では「マルチスケール材料モデリング」によって構成モデルを構築しようとする研究は決して多くないし、試みが成功している例も多くはないようである。実際、第2節で挙げたミニシンポジウム等で発表される研究の多くは、ある特定の(非均質)材料について、マイクロ構造の数値解析モデルを設定して、主に有限要素法を適用して解析する類のものである。つまり、数値材料試験を繰り返しているに過ぎない。それでいてなお、計算力学/計算工学の研究として最も重要視されるのは、上述のような数値材料試験の特徴に期待しているからである。

### 4.2 非線形 CAE への貢献

マルチスケール材料モデリングのための数値材料試験の重要性を強調したが、その“試験の精度”は、マイクロ構造の数値モデルの妥当性だけでなく、利用する非線形 CAE ソフトの機能や性能に依存する。しかし、現状の非線形 CAE ソフトは、マクロ CAE のために発展してきた経緯もあり、残念ながらマイクロ CAE のための数値材料試験の要求性能を満たさない。例えば、次の2点は著者が抱えている問題点でもある。

(a) ミクロ構造の数値解析モデルの生成技術

複数の材料から構成される複雑な幾何学形状を有する非均質材料について、そのミクロ構造のメッシュ生成技術が未成熟である。例えば、金属の多結晶構造や金属とセラミックスの焼結体などの数値供試体を用意するのは非常に困難である。

(b) 複数の材料からなる構造物に対する非線形解析の安定性・ロバスト性

剛性の異なる材料を組み合わせた複合材料などでは、マクロ的にはさほど変形していなくても、ミクロスケールではその10倍以上も変形している箇所が局所的に存在し、しかもその変形は極端に非均一である。現在の非線形CAEソフトはこのような状況までは想定していないので、提供されている有限要素でその変形に追従するのは難しい。

実際、例えば有限ひずみ超弾性体からなるミクロ構造を対象にして数値材料試験を行うと、ある負荷状態に対してほとんど変形しないうちに解析不能となってしまうことが多い。

このように、現状の非線形CAEソフトは、数値材料試験を行うための道具としてみると不完全である。したがって、マルチスケール材料モデリングにより、複雑な材料挙動を予測可能な構成則を開発するには、非線形CAEソフトを今以上に高度化して「万能試験機」に仕立てる必要がある。これは、計算力学/計算工学分野の研究者が取り組むべき課題の一つといえる。

図3は、私見ではあるが、マルチスケール解析に関する研究を分類したものである。このうちマルチスケール材料モデリングは「ミクロ解析のみ」以下に対応しており、テーマは広範にわたる。ここで、「マクロ構成則の関数形が既知あるいは近似可能か？」に対するNoの枝が「ミクロ・マクロ連成解析」となっているが、本稿の文脈では、「構成モデルの構築」という大きな研究テーマに置き換えられる。そして、その際に活用されるべきものがマルチスケール材料モデリングのための「数値材料試験」である。同意される読者におかれては、自身で図を修正して頂きたい。

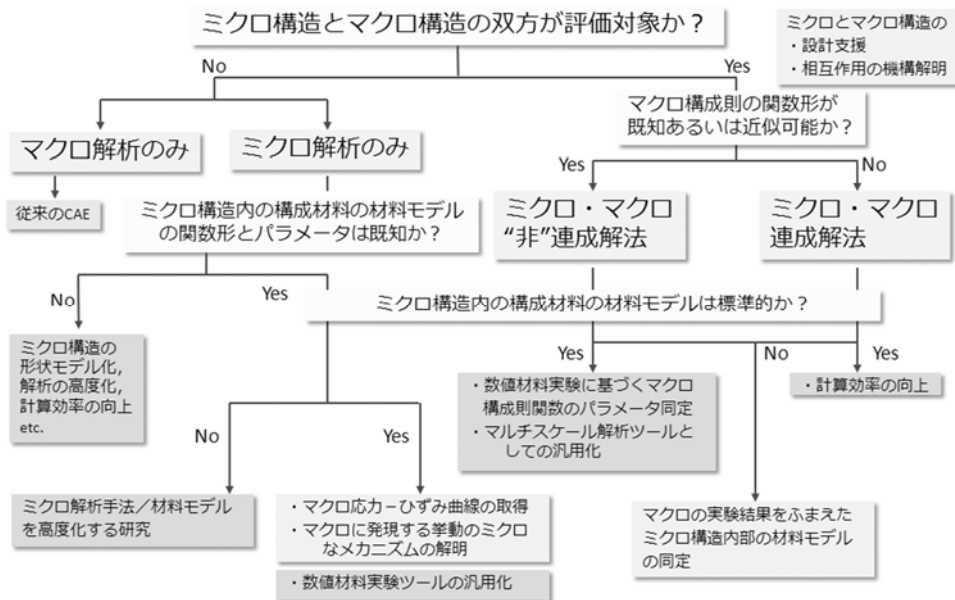


Fig.3 マルチスケール材料モデリングのための非線形 CAE 研究の分岐図



## 【5】 おわりに

本稿では、計算力学/計算工学に関する国際会議での発表内容の統計データを用いて、非線形 CAE の学術研究に関する現況を報告し、最も盛んな分野と目される「マルチスケール材料モデリング」を紹介した。見方が偏らないように配慮はしたが、ある狭い角度からの分析ということでご理解・ご容赦頂きたい。

マルチスケール材料モデリングの、実務レベルの非線形 CAE への適用は、かなりハードルが高いことは確かである。ミクロスケールでの材料モデルとパラメータ、および構造体の力学挙動などがすべて既知である必要があり、上述のようにミクロ構造の解析、すなわち「数値材料試験」のためのソフトウェアが完備されていなければならない。そして、仮にその試験ツールが万能になったとしても、そこから“計測”される材料挙動を的確に表現できる（マクロ）構成方程式の関数形を規定するには、深い洞察力と数学および力学の知識が必要である。さらに、そこで定義された関数形は、当然、従来の汎用 CAE ソフトでは利用可能ではないので、ユーザサブルーチン機能を利用して自らで実装しなければならないし、増加するであろう材料パラメータを同定する手法も整える必要がある。それらはすべて非線形 CAE の研究であり、研究者を自称する者の腕の見せ所ではないだろうか。

### 参考文献

- (1) 菊地 昇, 計算固体力学とこれから, 計算工学, 日本計算工学会, Vol.11, No.1, pp.1290-1295, 2006.
- (2) <http://www.eccm2010.org/> (7/9/2010)
- (3) Robert M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, (Materials Science & Engineering Series), 2nd Ed., Taylor & Francis, Inc., 1999.
- (4) 村外志夫・森 勉, *マイクロメカニクス—転位と介在物—*, 培風館, 1990.
- (5) Nemat-Nasser, S. and Hori, M.: *Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Materials*, North-Holland, Amsterdam, 1993.
- (6) Pierre Suquet, *Elements of homogenization for inelastic solid mechanics*, *Homogenization Techniques for Composite Media*, Vol.272 of *Lecture Notes in Physics*, (eds. Sanchez-Palencia, E. and Zaoui, A), Springer-Verlag, pp.193-278, 1987.
- (7) 寺田賢二郎・菊池昇, *均質化法入門*, 日本計算工学会編, 丸善, 2003.
- (8) Kenjiro Terada, Noboru Kikuchi, *Nonlinear homogenization method for practical applications*, *Computational Methods in Micromechanics*, AMD-212/MD-22 (American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division), pp. 1-16, 1995.
- (9) Kenjiro Terada, Noboru Kikuchi, *A class of general algorithms for multi-scale analyses of heterogeneous media*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, Issues 40-41, pp. 5427-5464, 2001.
- (10) 渡邊育夢・寺田賢二郎, *非線形均質化理論における 2 変数境界値問題のマイクロ-マクロ非連成近似解法*, *応用力学論文集*, 土木学会, Vol. 8, pp. 277-285, 2005
- (11) 寺田賢二郎・犬飼壮典・平山紀夫, *非線形マルチスケール材料解析における数値材料実験*, *機械学会論文集(A 編)*, 第 74 巻, 第 744 号, pp.1084-1094, 2008.
- (12) Ikumu Watanabe, Kenjiro Terada, *A method of predicting macroscopic yield strength of polycrystalline metals subjected to plastic forming by micro-macro de-coupling scheme*, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.52 (2) pp. 343-355, 2010.
- (13) Eduardo A de Souza Neto, Djordje Peric, David Roger J. Owen, *Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications*, Wiley, 2009.

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail: comm@mech-da.co.jp <http://www.mech-da.co.jp/>