

vol. 2010-3

# Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.

June 2010



米国・ザイオン国立公園, 2010年6月

【特集】 多層基板の熱粘弾性反り解析技術の開発

*FEM Consulting Services for Engineering Practice  
Find Innovation in Tradition 2008-2019*

## 【1】 基板の反りシミュレーション

プリント基板の薄肉化が進み、リフロー時の反りが大きくなる傾向にある結果、高密度実装の阻害や接続信頼性の低下の問題が、以前にまして重要になってきています。このため、FEMによるシミュレーション技術が一般的になりつつありますが、計画段階でのタイムリーな評価の必要性から、より簡便な手法の開発が望まれています。一方、材料挙動の面からは、リフローの温度域内に材料のガラス転移点があると、粘弾性による緩和の効果を見逃すことができず、反り量の評価を不明瞭にする障壁になっています。

一般的に樹脂の粘弾性挙動は著しい温度依存性を示すため、その特性の把握が実験的にも厳しく、さらにそれを数値モデル化するのにも困難を伴います。かねてより、弊社では、積層構造の熱変形を簡易に算出する手法として、多層ばり理論<sup>(1)</sup>から積層板理論に拡張し<sup>(2)</sup>、粘弾性の効果を加味してきました<sup>(3)</sup>。今回のニュースレターではさらに、熱膨張係数の温度依存性を考慮した手法を紹介いたします。合わせて、弊社で開発した「粘弾性積層板の熱反り簡易評価プログラム」を紹介いたします。本プログラムでは、板厚、材料定数を与えることで、瞬時に反り量と応力を求めることができます。

## 【2】 粘弾性理論の平面応力場への適用と増分解法

積層板理論に粘弾性を組み込むために、一次元の線形粘弾性理論を平面応力場へ拡張し、それを増分形式にします。一般に線形粘弾性のモデル化は、次のような一般化マクスウェルモデルを適用します。このモデルは、マクスウェルモデルと呼ばれるバネとダッシュポットを直列に組み合わせたものを Fig.1 のように並列に配置したモデルです。

$$E_r(\tilde{t}) = E_e + \sum_{n=1}^N E_n \exp\left(-\frac{\tilde{t}}{\tau_n}\right) \quad \dots (1)$$

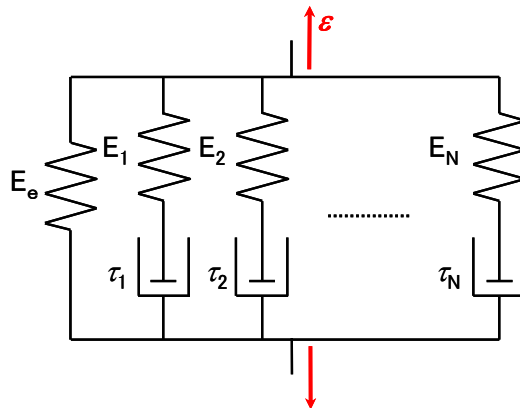


Fig.1 一般化マクスウェルモデル

ここで、 $E_r(\tilde{t})$ は緩和弾性率と呼ばれ、ひずみを一定に保った応力緩和の条件化で定義される縦弾性率です。 $E_e$ は長期弾性率、 $N$ はマクスウェルモデルの項数、 $E_n$ 、 $\tau_n$ はそれぞれ Prony 級数の係数、緩和時間を表します。また、緩和時間で、時間-温度換算則が成り立つ場合において、実時間  $t$  と温度  $T$  から時間-温度換算因子  $\alpha_T(T)$  によって次のように表されます。

$$\tilde{t} = \int_0^t \frac{1}{\alpha_T(T)} dt \quad \dots (2)$$

(1)、(2) 式から温度依存の粘弾性体の一次元的な挙動を表現できます。なお、時間-温度換算因子については4章に示します。

次に、一次元の線形粘弾性理論を平面応力場へ拡張します。平面応力状態を考え、面内方向に一樣な変形が生じると仮定すると、応力  $\sigma$  とひずみ  $\epsilon$  の関係はポアソン比  $\nu$  を使用して、次のような緩和形式で表現できます<sup>(4)</sup>。ここで、ポアソン比は温度や時間に対して変化せず、常に一定であることを仮定しています。

$$\sigma(t) = \frac{1}{1-\nu} \int_0^t E(\tilde{t}-\tilde{\tau}) \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad \dots (3)$$

積層板理論に組み込むために、(3) 式を増分形式に改めます。任意の時間を  $t_m$  とし、時間増分  $t_m = t_m - t_{m-1}$  間にひずみが一定勾配  $\Delta \varepsilon(t_m) / \Delta t_m$  で変化すると仮定すると、 $\Delta t_m$  における応力増分  $\Delta \sigma(t_m)$  とひずみ増分  $\Delta \varepsilon(t_m)$  の関係は、(1)、(3) 式から次式で表す事ができます。

$$\Delta \varepsilon(t_m) = \frac{1}{A} \left\{ \Delta \sigma(t_m) + \sum_{n=1}^N a_n(\Delta \tilde{t}_m) \cdot \sigma_n(t_m - \Delta t_m) \right\} \quad \dots (4)$$

ここで、 $\sigma_n$  は第  $n$  項のマクスウェルモデルの応力であり、その他の文字は以下のような式で表されます。

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{t}_m &= \tilde{t}_m - \tilde{t}_{m-1} \\ a_n(\Delta \tilde{t}_m) &= 1 - \exp\left(-\frac{\Delta \tilde{t}_m}{\tau_n}\right) \\ A &= \frac{1}{1-\nu} \left\{ E_c + \sum_{n=1}^N b_n(\Delta \tilde{t}_m) \cdot E_n \right\} \quad \dots (5) \\ b(\Delta \tilde{t}_m) &= \frac{a_n(\Delta \tilde{t}_m) \cdot \tau_n}{\Delta \tilde{t}_m} \\ \sigma_n(t_m - \Delta t_m) &= \frac{1}{1-\nu} \int_0^{t_m - \Delta t_m} E_n \exp\left\{-\frac{\tilde{t}_m + \Delta \tilde{t}_m + \tilde{\tau}}{\tau_n}\right\} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} d\tau \end{aligned}$$

なお、以下に示す積層板理論のなかでは、各層のひずみの連続性に注目して式を導くため、(4) 式はひずみ増分に注目した形式になっています。

### 【3】 積層板理論の粘弾性形式への拡張

#### 3.1 積層板理論によるモデル化

プリント基板を Fig.2 に示すような積層板によってモデル化するために、以下のような仮定を設けます。まず、板は、面内方向において等方性かつ均一であります。その板厚は十分に薄く、面に垂直な方向の応力は生じないものとします。板は拘束を受けていないものとし、一様な温度分布が与えられて反りを生ずるものとします。ここで、板を上凸型に変形させる曲げモーメントを正とし、この方向のたわみを正とします。なお、 $\nu_i$ 、 $H_i$  は  $i$  層のポアソン比、板厚であります。このモデルに温度変化を生ずる曲率は、等方性の仮定および無拘束の条件から、 $xy$  平面内の全ての方向について等しくなります。従って、ここでは Fig.3 に示すように、 $xz$  平面内での変形を考えることで、積層板の反りを計算することができます。

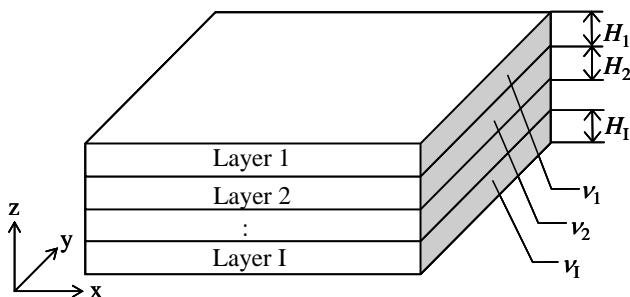


Fig. 2 積層板によるモデリング

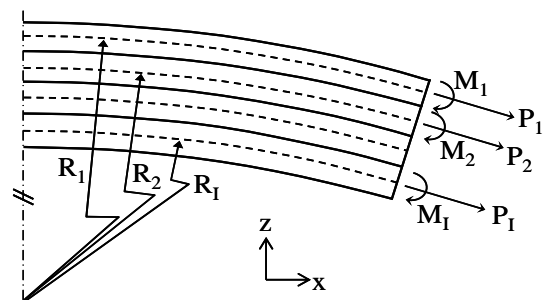


Fig. 3 ZX 平面内における変形

### 3.2 層内における応力ひずみ式

積層板の理論では、最初に各層のひずみを独立なものとして考え、次にそれぞれの界面が連続であるとして、全体の反りを求めます。いま、各層において発生するひずみは、次の3種類によって構成されています。

- a. 熱ひずみ
- b. 板の面内方向力によるひずみ
- c. 板のモーメントによるひずみ

以下に、そのひずみの内訳を示します。

#### a. 熱ひずみ

任意の温度  $T$  における  $i$  層の温度依存の熱膨張係数が  $\alpha_i(T)$  で与えられるとき、熱ひずみは次の式で与えられます。

$$\epsilon'_i = \alpha_i(T) \cdot (T - T_0) - \alpha_i(T_1) \cdot (T_1 - T_0) \quad \dots (6)$$

ただし、熱膨張係数は基準温度を  $T_0$  とする平均熱膨張係数であります。また、 $T_1$  は解析の初期温度を示し、(6) 式の右辺第2項は、この初期温度でひずみを発生させないために必要な項であります。増分形式で表すために、(6) 式を  $T$  で微分します。

$$\frac{d\epsilon'_i}{dT} = \frac{\alpha_i(T)}{dT} \cdot (T - T_0) + \alpha_i(T) \quad \dots (7)$$

したがって、ある時間  $t_m$  において温度変化  $\Delta T(t_m)$  を受けると、以下の熱ひずみ増分を生じます。

$$\Delta\epsilon'_i(t_m) = \left\{ \frac{\alpha_i(T)}{dT} \cdot (T - T_0) + \alpha_i(T) \right\} \Delta T(t_m) \quad \dots (8)$$

#### b. 板の面内方向力によるひずみ

Fig.3 に示す積層構造の各層において面内力  $P$  とモーメント  $M$  が発生していると考えます。 $i$  層に生じる面内方向力を  $P_i(t_m)$  とすると、その増分は (9) 式のようになります。ここで、 $B$  はそれぞれの各層の板の幅であり、は面内方向力による応力です。

$$\Delta P_i(t_m) = H_i \cdot B \cdot \Delta\sigma_i''(t_m) \quad \dots (9)$$

先に導いた (4) 式を用いて、粘弾性の効果を導入すると (9) 式は、ひずみ増分の形式で、以下のようになります。

$$\Delta\epsilon_i''(t_m) = \frac{1}{H_i \cdot B \cdot A_i} \left\{ \Delta P_i(t_m) + \sum_{n=1}^N a_{i,n}(\Delta t_m) \cdot P_{i,n}(t_m - \Delta t_m) \right\} \quad \dots (10)$$

$$\text{ここで、} \quad P_{i,n}(t_m - \Delta t_m) = H_i \cdot B \cdot \sigma_{i,n}''(t_m - \Delta t_m) \quad \dots (11)$$

#### c. 板のモーメントによるひずみ

次に、各層に働くモーメントによる粘弾性を考慮したひずみ増分も、同様に (13) 式のように求められます。なお、 $z$  は  $i$  層の中立面からの距離を表します。

$$\Delta M_i(t_m) = \frac{H_i^3 \cdot B}{12\bar{z}_i} \cdot \Delta\sigma_i'''(t_m) \quad \dots (12)$$

$$\Delta\epsilon_i'''(t_m) = \frac{12\bar{z}_i}{H_i^3 \cdot B \cdot A_i} \left\{ \Delta M_i(t_m) + \sum_{n=1}^N a_{i,n}(\Delta t_m) \cdot M_{i,n}(t_m - \Delta t_m) \right\} \quad \dots (13)$$

$$\text{ここで, } M_{i,n}(t_m - \Delta t_m) = \frac{H_i^3 \cdot B}{12 \bar{z}_i} \cdot \sigma_{i,n}''(t_m - \Delta t_m) \quad \dots (14)$$

また、モーメントによって発生する曲率  $C_i(t_m)$  ( $=1/R_i(t_m)$ ,  $R_i$ : 曲率半径) の時間増分  $\Delta C_i(t_m)$  とひずみ増分は、次式で表すことができます。

$$\Delta \varepsilon_i''(t_m) = \bar{z}_i \cdot \Delta C_i(t_m) \quad \dots (15)$$

### 3.3 ひずみの連続性と荷重の釣り合い式

各層に発生する面内方向のひずみは、3.2 節の a~c の和で表されますが、これは各層の界面において連続とならなければならぬため、次式が成り立ちます。

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{d\alpha_i(T)}{dT} (T - T_0) + \alpha_i(T) \right\} \Delta T(t_m) \\ & + \frac{1}{H_i \cdot B \cdot A_i} \left\{ \Delta P_i(t_m) + \sum_{n=1}^N a_{i,n}(\Delta \tilde{t}_m) \cdot P_{i,n}(t_m - \Delta t_m) \right\} - \frac{H_i}{2} \Delta C_i(t_m) \\ & = \left\{ \frac{d\alpha_{i+1}(T)}{dT} (T - T_0) + \alpha_{i+1}(T) \right\} \Delta T(t_m) \\ & + \frac{1}{H_{i+1} \cdot B \cdot A_{i+1}} \left\{ \Delta P_{i+1}(t_m) + \sum_{n=1}^N a_{i+1,n}(\Delta \tilde{t}_m) \cdot P_{i+1,n}(t_m - \Delta t_m) \right\} + \frac{H_{i+1}}{2} \Delta C_{i+1}(t_m) \quad (i = 1 \sim I-1) \end{aligned} \quad \dots (16)$$

また、荷重とモーメントについても以下の釣り合い式を満足します。

$$\sum_{i=1}^I \Delta P_i(t_m) = 0 \quad \dots (17)$$

$$\sum_{i=1}^I \Delta M_i(t_m) + \sum_{i=1}^I \Delta P_i(t_m) \cdot \left\{ \bar{z}_i - \frac{H_i}{2} - \sum_{k=1}^{i-1} H_k \right\} = 0 \quad \dots (18)$$

いま、板厚が曲率半径に対して微小であるとする、各層の曲率は等しく  $C_1 \doteq C_2 \doteq \dots \doteq C_i$  であるため、(16)、(17)、(18) 式を連立させて、未知数である  $\Delta P_i(t_m)$ 、 $\Delta M_i(t_m)$ 、及び曲率  $\Delta C(t_m)$  を求めることができます。

### 3.4 応力とたわみの算出

以上の手順により、面内力と曲率を導くことができます。これらの結果を用いて、応力とたわみを求めます。まず、各層に生ずる応力は面内方向力とモーメントによる応力の和として、次のように求まります。

$$\sigma_i(t_m) = \frac{P_i(t_m)}{H_i \cdot B} + \frac{12 \bar{z}_i}{H_i^3 \cdot B} M_i(t_m) \quad \dots (19)$$

次に、たわみについて考えます。本モデルでは、等方性および無拘束の条件であるため、曲率は  $xy$  平面内の全ての方向について等しくなります。したがって、Fig.4 のように板の中心からコーナーまでの距離を  $D$  とし、このライン上の断面を Fig.5 のように考えると、板の先端の傾きを  $\theta$  としたとき、最大たわみ  $\delta(t_m)$  は次式で与えられます。

$$\delta(t_m) = \frac{1 - \cos \theta}{C(t_m)} \quad \dots (20)$$

ここで、 $\theta$  が微小であるとし、かつ板の面内の伸びが微小であり、 $D = D'$  が成り立つとすると次式が得られます。

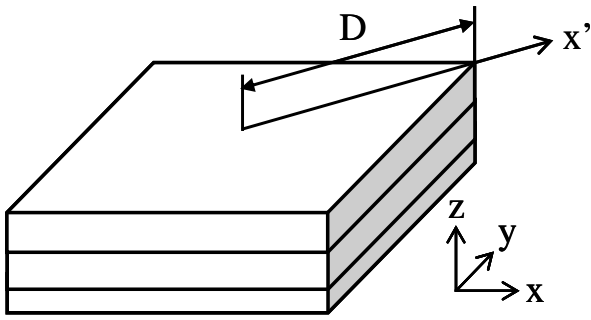


Fig.4 対角線の長さ \$D\$ の定義

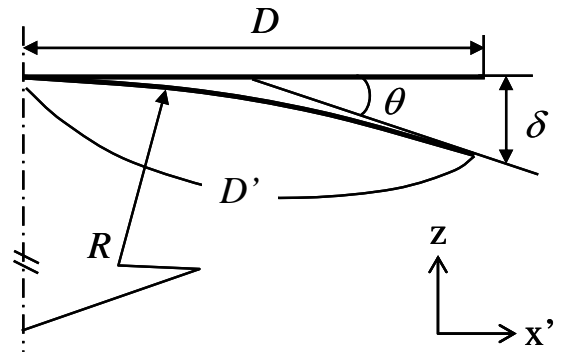


Fig.5 長さ \$D\$ の断面におけるたわみ

ここで、 \$\theta\$ が微小であるとし、かつ板の面内の伸びが微小であり、 \$D = D'\$ が成り立つとすると次式が得られます。

$$\delta(t_m) = \frac{D^2 \cdot C(t_m)}{2} \dots (21)$$

以上により、板の応力とたわみを導くことができます。

## 【4】 「粘弾性積層板 熱反り解析プログラム」 の計算例と検証

### 4.1 「粘弾性積層板 熱反り解析プログラム」

「粘弾性積層板 熱反り解析プログラム」 (以下、簡易評価プログラム) は、 Fig.6 に示すような Excel を用いて 3 章の理論をプログラミングしたソフトウェアです。粘弾性あるいは弾性からなる積層板の形状や各層の材料定数、温度条件、解析時間を入力することで、瞬時にたわみ量と変形図、各層に働く面内方向応力値を計算します。このソフトウェアでは、次式に示す W.L.F 式またはアレニウス式を時間 - 温度換算因子として用いることができます。

$$\text{W.L.F 式} \quad \log(\alpha_T(T)) = -\frac{C_1(T - T_R)}{C_2 + (T - T_R)} \dots (22)$$

$$\text{アレニウス式} \quad \log(\alpha_T(T)) = \beta \frac{\Delta H_a}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \dots (23)$$

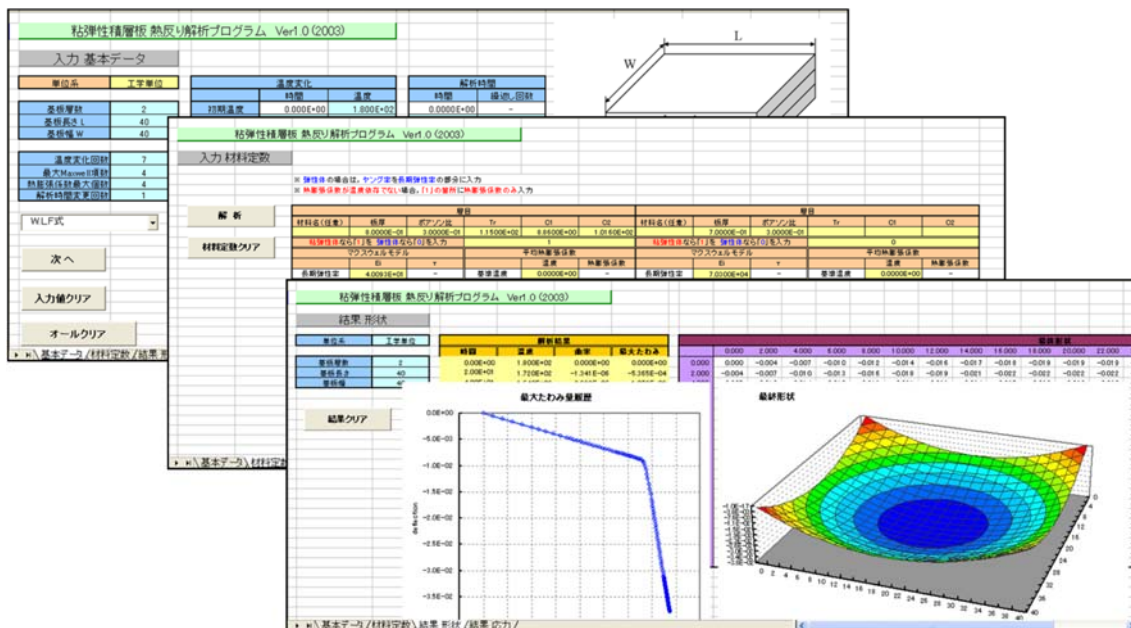


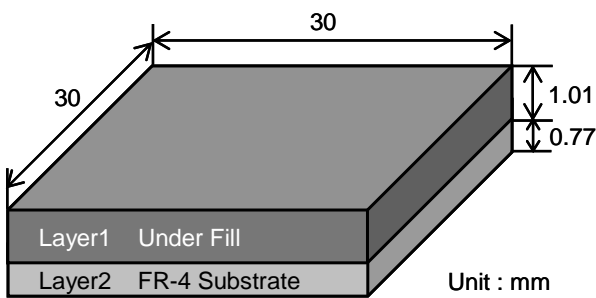
Fig.6 「粘弾性積層板 熱反り解析プログラム」 の解析例

ここで、 $C_1$ 、 $C_2$ は材料定数、TRはW.L.F式の基準温度 ( $T_g + 50[K]$ )、 $T_g [K]$ はガラス転移温度であり、 $\beta$ は  $1/2.303 = 0.434$  という定数、 $\Delta H_a [J/(mol K)]$ は活性化エネルギー、 $R = 8.314 [J/(mol K)] = 1.986 \times 10^{-3} [kcal/(mol K)]$ は気体定数、 $T_0 [K]$ はアレニウス式の基準温度です。

## 4.2 計算例

簡易評価プログラムの検証のために、Fig.7 に示す長さ 30mm×幅 30mm のアンダーフィル樹脂（以下 UF 樹脂）と FR-4 の 2 層複合体に、Fig.8 に示すような 150℃の樹脂硬化温度から常温に冷却したときの計算を行いました<sup>(5)</sup>。UF 樹脂と FR-4 の物性値は Table1 に示す各値、Fig.9 に示す平均熱膨張係数、Fig.10 に示すリラクゼーションモジュラスを用います。

検証のために実験結果と、Abaqus ver6.8 の積層シェル要素を用いた FEM 解析の結果との比較を行います。



|                  | UF 樹脂   | FR-4  |
|------------------|---------|-------|
| $\nu [-]$        | 0.33    | 0.3   |
| $T_g [^\circ C]$ | 145     | 180   |
| 時間-温度換算          | W.L.F 式 |       |
| $C_1$            | 19.09   | 17.99 |
| $C_2$            | 114.7   | 122.8 |

Fig.7 検証モデル

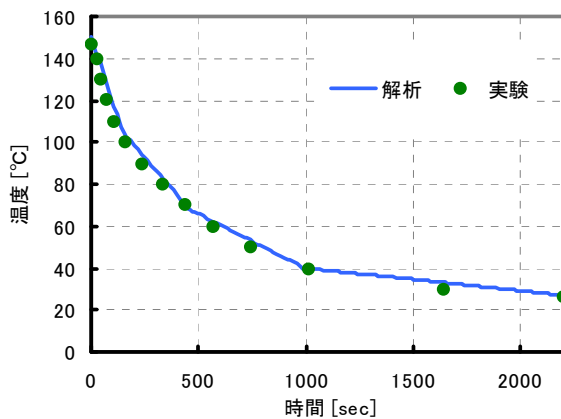


Fig.8 温度履歴

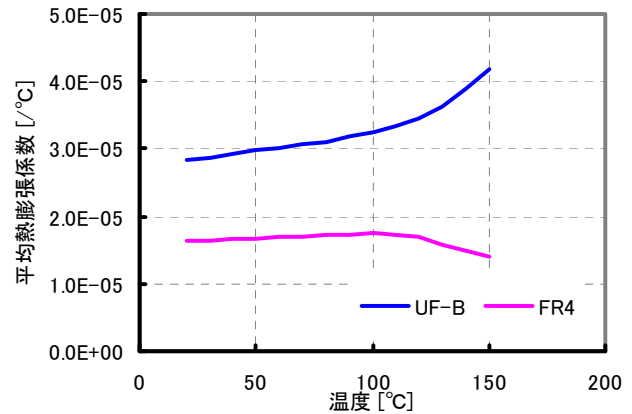
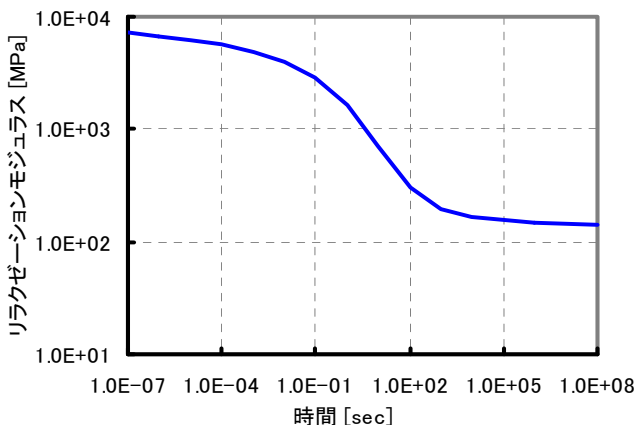
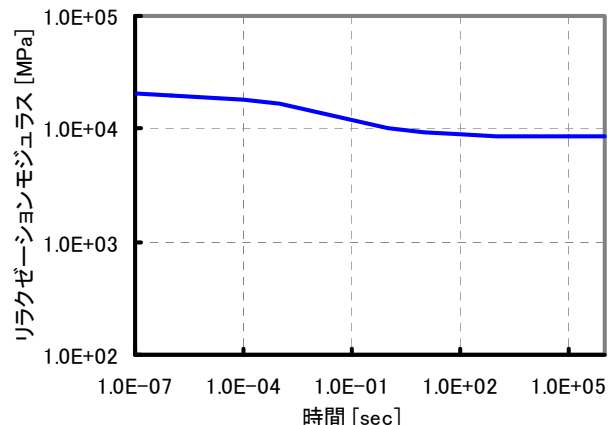


Fig.9 平均熱膨張係数



(a) UF 樹脂



(b) FR-4

Fig.10 リラクゼーションモジュラス

Fig.11 に簡易評価プログラムにより算出された変形図を示します。 Fig.12 に簡易評価プログラム、実験値、FEM 解析それぞれのたわみ量の履歴、 Fig.13 に簡易評価プログラムと FEM 解析の各層の最外層の面内方向応力履歴を示します。簡易評価プログラムの結果は、応力、たわみ共に実験値や FEM 解析の結果と良く一致する結果を得ることができます。

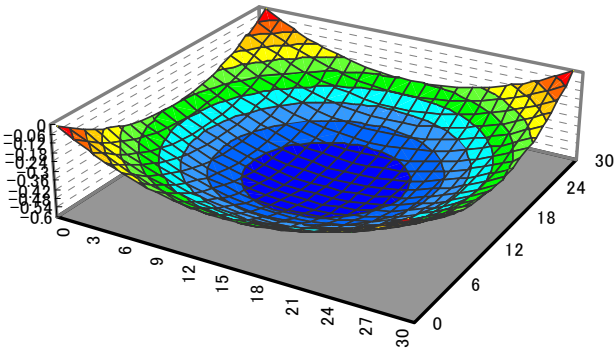


Fig.11 簡易評価プログラムによる変形図

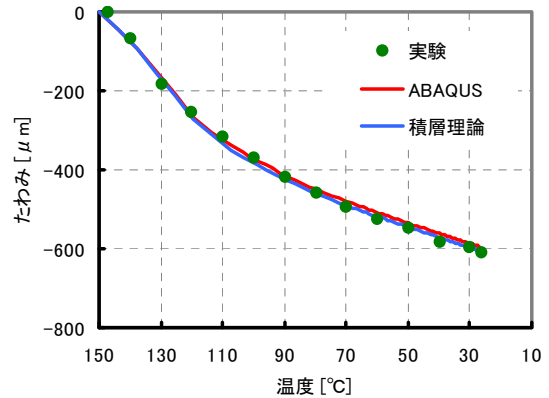
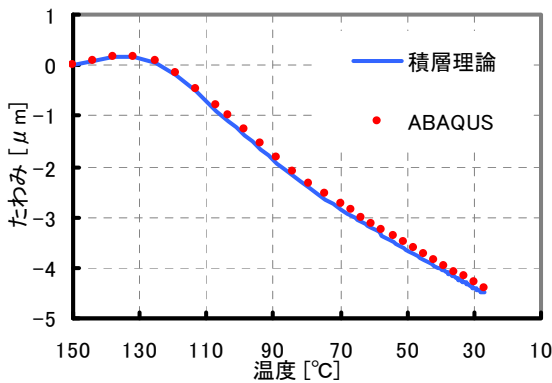
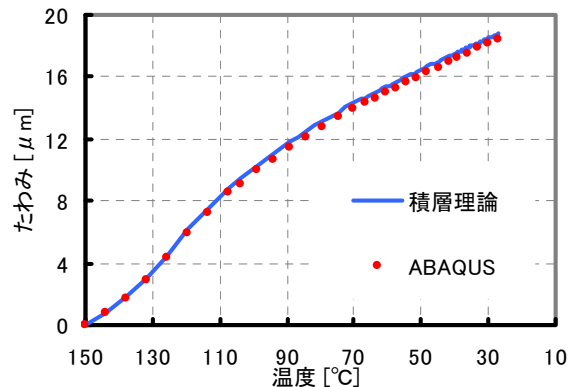


Fig.12 たわみ履歴曲線



(a) UF 樹脂



(b) FR-4

Fig. 13 各層の応力履歴曲線

## 【5】 まとめ

今回のニュースレターでは、熱膨張係数が温度依存である粘弾性積層板のプリント基板の反りの計算手法と、プログラム「粘弾性積層板 熱反り解析プログラム」を紹介しました。このソフトを用いることで、簡単かつ瞬時に熱による反り形状と各層の応力を求めることができます。

### 参考文献

- (1)尾田ほか, 多層ばり理論によるプリント基板の応力・変形の評価, 日本機械学会論文集, A, 59-563, pp.203-208, 1998.
- (2)永田ほか, 板理論を用いたプリント基板の反り計算手法の確立, エレクトロニクスシンポジウム論文集, vol.17, pp.219-222, 2007.
- (3)粘弾性解析における諸問題 (その 5 プリント基板の熱粘弾性反り), Mech D&A News, vol.2006-2, (株)メカニカルデザイン, 2006.
- (4)三澤, 線形粘弾性固体の力学, 材料システム第 6 巻, pp49-79, 1987.
- (5)T. Sato, " Stress Simulation of Underfill Materials in Flip Chip Package", ICEP2011 (submitted for publication)

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail:comm@mech-da.co.jp http://www.mech-da.co.jp/