



## 棒の熱応力

### Thermal Stress of Bar

R01\_YT/2014/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★

提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

一般に、温度が上昇すると物体は膨張し、温度が低下すれば収縮する。単位温度の変化に対するひずみの変化量を熱膨張係数と呼ぶ。ひずみは無次元であるので、熱膨張係数の単位は例えば $1/^\circ\text{C}$ である。なんら拘束されていない状態で物体が一樣な温度変化を受ければ、内部には応力を発生せず、物体は自由に変形する。これを自由熱膨張と呼ぶ。しかし熱膨張が拘束されれば、外力が作用していなくても物体には応力を生じる。物体の内部に温度差がある場合にも、熱膨張量の差から各部分は互いに拘束しあうので応力が発生する。このような温度差による負荷を熱荷重、また熱荷重によってもたらされる応力を熱応力と呼ぶ。ここでは最も簡単な熱応力の問題として両端を拘束された棒を取り上げ、FEM解析を行う。

**理論解** 中原, 実践材料力学, p. 29 参照<sup>(1)</sup>.

Fig.1 に示すような両端を完全に拘束された棒が、温度上昇を受けたとき、発生する応力を求める。諸元は以下の通りである。

棒の長さ  $l=1000$  [mm]    温度変化  $T_0=50$  [ $^\circ\text{C}$ ] (初期温度 $\cdot 10$  [ $^\circ\text{C}$ ]から  $40$  [ $^\circ\text{C}$ ]に上昇する)  
 線膨張係数  $\alpha=12\times 10^{-6}$  [ $^\circ\text{C}$ ]    ヤング率  $E=210\times 10^3$  [MPa]

材料力学による解は以下の通りである。

- 棒の温度が  $T_0$  [ $^\circ\text{C}$ ] 上昇すると、棒の長さは  $\lambda = \alpha l T_0$  だけ増大し、外力が作用していないが  $\lambda$  の伸びを生じ、 $\varepsilon = \lambda / l = \alpha T_0$  のひずみを生じた事になる。
- 本題では、棒の両端が固定され、膨張することができないので伸び量のみだけ縮んでいると考えられる。  
 このとき、棒には圧縮荷重  $P$  が作用しており、変位あるいは線膨張係数を用いて次式のように表すことができる。

$$\frac{Pl}{AE} = \lambda \quad \dots (1)$$

$$\therefore P = \frac{AE}{l} \lambda = \alpha A E T_0 \quad \dots (2)$$

- 従って、棒に生ずる応力は次式となる。

$$\sigma = \frac{P}{A} = \alpha E T_0 = 12 \times 10^{-6} \times 210 \times 10^3 \times 50 = 126 \text{ [MPa]} \quad \dots (3)$$

## 解析条件

Fig.2 に解析モデルを示す。

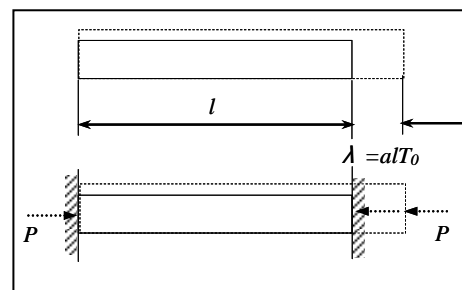


Fig.1 両端を完全に拘束された棒

- 要素：二次元トラス要素 T2D2
- 材料定数：ヤング率  $E = 210 \times 10^3$  [MPa]  
 ポアソン比  $\nu = 0$   
 横断面積  $A = 200$  [mm<sup>2</sup>]
- 温度：初期温度 0 [°C]  
 状態変数温度 40 [°C]

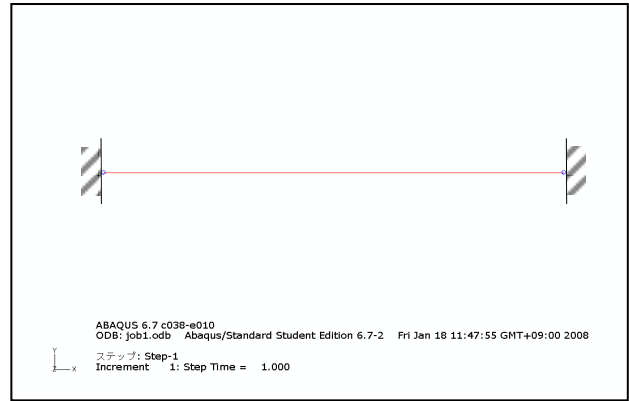


Fig.2 解析モデル

## 解析結果

Fig.3 に Abaqus の解析結果を示す。また得られた結果をまとめて Table.1 に示す。  
 理論解に一致する解析結果が得られた。

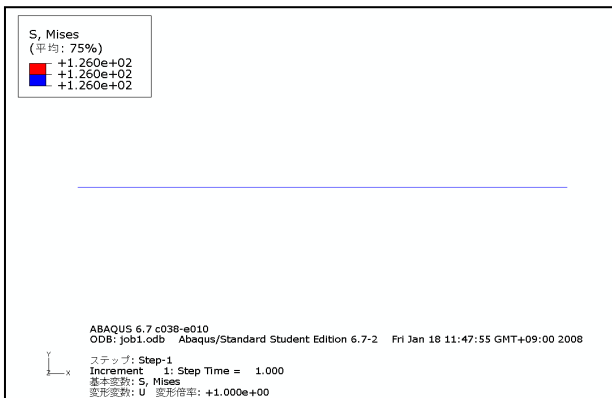


Fig.3 応力  $\sigma$

Table.1 理論解と解析結果の比較

	理論解	FEM解
棒の応力 [Mpa]	126	126

## 参考文献

- (1) 中原, 実践材料力学, 養賢堂, 2002.

※ Abaqus は Dassault Systemes Simulia Corp.殿の製品です。

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail: comm@mech-da.co.jp <http://www.mech-da.co.jp>

*Mechanical Design & Analysis Corporation*