Mech D& A Technical Brief　　TB-025a

衝撃荷重を受けるはり

Cantilever Beam with a impact load

R01_YT/2014/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★★★
提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

衝撃荷重による応力を正確に求めるためには，本来，動的な応答解析を行う必要があるが，簡易的には衝撃物が持つ運動エネルギが構造物のひずみエネルギに置き替わると考えて求めることができる．ここでは，両端支持はりの中央を剛体が衝撃する問題を考えこのような簡易解と動的なFEM解を比較する．

理論解　中原，実践材料力学，p. 162　例題 8 参照(1)．

Fig.1 に示すような 両端支持はりの中央に物体が落下して衝撃を与えた場合，はりに生ずるたわみを求める．
諸元は以下の通りである．

はりの長さ　l=200 [mm]　　断面形状 b = 10 [mm], h =10 [mm]
落下体の質量　m=3×10⁻⁵ [ton]　　高さ　H= 50 [mm]
ヤング率　E=2×10⁵ [MPa]

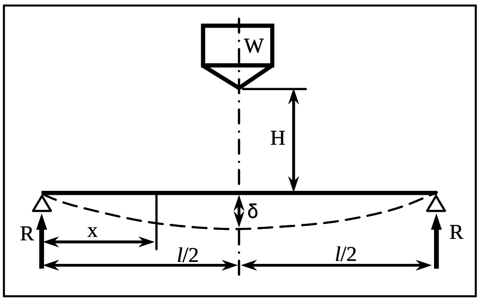

Fig.1　はりの衝撃曲げ

材料力学による解は以下の通りである．

1. ここでの理論解では，はりの重さを考慮していない．また，はりの応力分布は 静荷重を受けた時と全く同じであると仮定してひずみエネルギを求めると，

$$U = 2\int_0^{l/2} \frac{M^2}{2EI}dx = \frac{R^2}{EI}\int_0^{l/2} x^2 \cdot dx = \frac{R^2 l^3}{24EI} \quad \cdots (1)$$

2. スパン中央のたわみ δ と支点の反力 R との間には $\delta = \dfrac{2Rl^3}{48EI}$ の関係があるので

$$U = \frac{l^3}{24EI}\left(\frac{24EI}{l^3}\right)^2 \delta^2 = 24\frac{EI}{l^3}\delta^2 \quad \cdots (2)$$

3. これは，落下体の持っていた位置エネルギ $W(H+\delta)$に等しいと仮定すれば

$$24\frac{EI}{l^3}\delta^2 = W(H+\delta) \quad \cdots (3)$$

4. ここで，静荷重 Wによる最大たわみ δ_0を求める．

$$\delta_0 = \frac{Wl^3}{48EI} = \frac{(3\times10^{-5}\times9800)\times200^3}{48\times2\times10^5\times\dfrac{bh^3}{12}} = 2.94\times10^{-4} \quad \cdots (4)$$

5. (3), (4)式より，衝撃によるたわみ δ は次の通りとなる．

$$\delta^2 - 2\delta_0\delta - 2\delta_0 H = 0 \quad \therefore \frac{\delta}{\delta_0} = 1+\sqrt{1+\frac{2H}{\delta_0}} \quad \cdots (5)$$

$$\delta = \delta_0\left(1+\sqrt{1+\frac{2H}{\delta_0}}\right) = 2.94\times10^{-4}\times\left(1+\sqrt{1+\frac{2\times50}{2.94\times10^{-4}}}\right) = 0.172 \quad [\mathrm{mm}] \quad \cdots (6)$$

6. 応力はモーメント M と断面係数 Z を用いて表すと

$$\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{R\dfrac{l}{2}}{Z} = 12\frac{EI}{Z}\cdot\frac{\delta}{l^2} = 12\times\frac{2\times10^5\times\dfrac{10\times10^3}{12}}{\dfrac{10\times10^2}{6}}\cdot\frac{0.1718}{200^2} = 51.5 \quad [\mathrm{N/mm^2}] \quad \cdots (7)$$

解析条件

Fig.2 に解析モデルを示す.

- ■ 要　　素：三次元はり要素　B33
- ■ 材料定数：はり　　ヤング率　E= 2.0×10^{5} [MPa]　　ポアソン比　ν =0　　質量密度　ρ = 1.0×10^{-15} [ton/mm^3]
  　　　　　落下体　　質量　m= 3×10^{-5} [ton]
- ■ 初速度　：v = 989.95 [mm/sec]　$\left(\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad \therefore v = (2gh)^{0.5} = (2\times 9800\times 50)^{0.5}\right)$
- ■ 自　　重：P =0.294 [N]　$\left(P = mg = 3\times10^{-5}\times 9800\right)$

解析結果

Fig.3～5 に Abaqus の解析結果を示す．また得られた結果をまとめて Table.1 に示す.
理論解とほぼ一致する結果が得られた．Abaqus による曲げ応力は曲げモーメント M で示しているので，(8)式の通り応力を求めた.

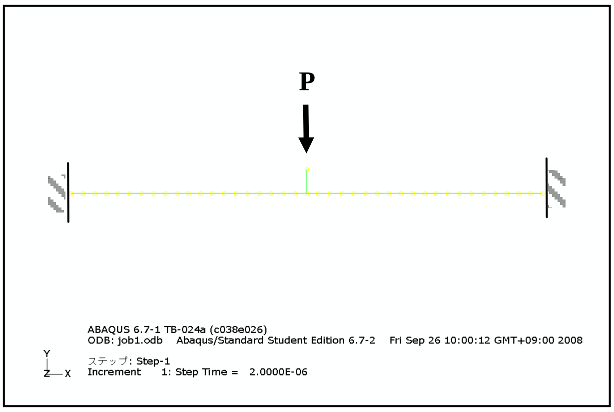

Fig.2　解析モデル

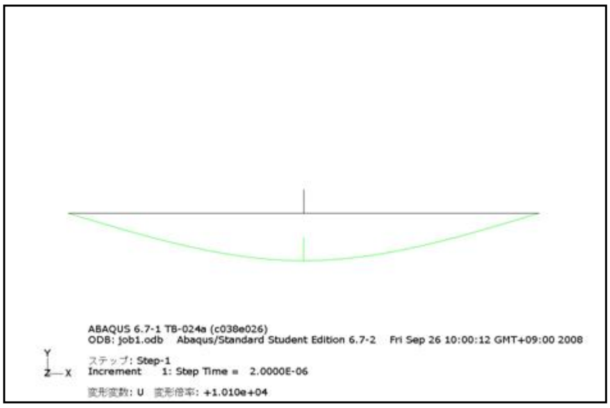

Fig.3　変形図

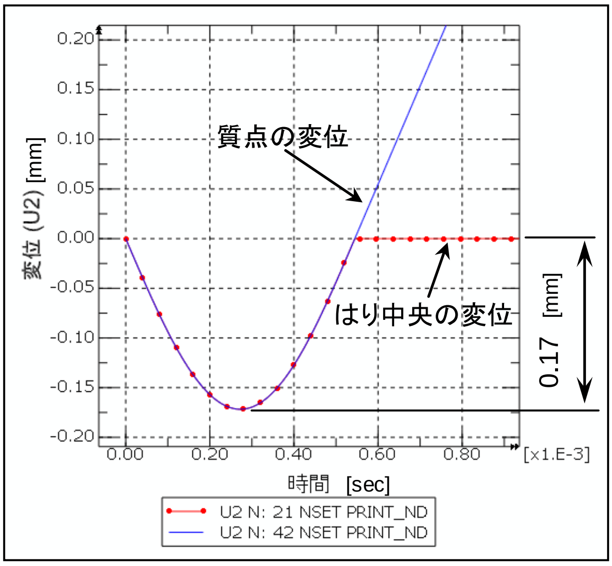

Fig.4　たわみの時刻歴

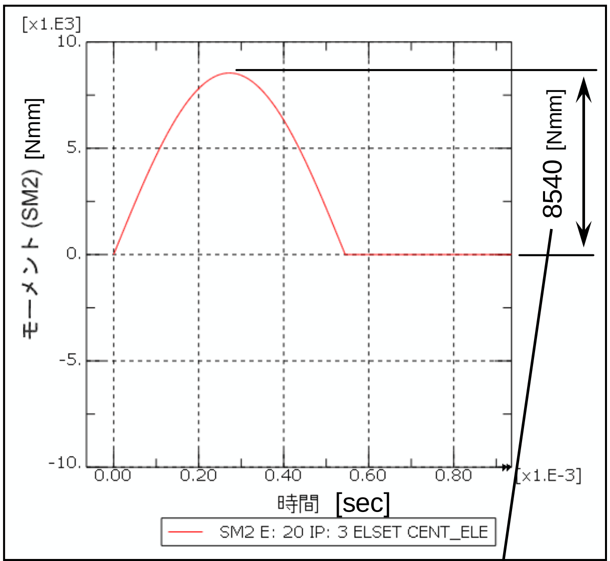

Fig.5　モーメントの時刻歴
（中心近傍の積分点での値）

$$\sigma = \frac{M}{Z} = \frac{M}{bh^2/6} = \frac{8540}{10\times10^2/6} = 51.2\ \left[\mathrm{N/mm^2}\right] \qquad \cdots (8)$$

Mechanical Design & Analysis Corporation

Table. 1　理論解と解析結果の比較

		理論解	FEM 解
最大たわみ	[mm]	0.17	0.17
曲げ応力	[N/mm^2]	51.5	51.2（積分点）

参考文献

（1）中原，実践材料力学，養賢堂，2002.

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024　東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539　FAX 042-482-5106

E-mail:comm@mech-da.co.jp　http://www.mech-da.co.jp

Mechanical Design & Analysis Corporation