Mech D& A Technical Brief　　TB-018a

バイメタルの熱によるたわみ

Bimetal of Problem

R01_YT/2014/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★
提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

複数の層からなる板材に熱荷重が与えられたとき, 各層の熱膨張の差によって板にたわみを生ずる問題をバイメタルの問題と称する. この問題は古典的な問題であるが, 最近の複合材料の多用に伴って, 例えば半導体基板の熱による反りなどに関連して重要な課題である. ここでは 2 層からなるバイメタルを取り上げ, 異なる熱膨張係数を与えたときに発生するたわみ量について理論解と FEM 解析の結果を比較検証する.

理論解　中原, 実践材料力学, p. 91 例題 8 参照[1].

Fig.1 に示すような線膨張係数が異なる 2 枚の板が接着して作られたバイメタルの一端を固定し温度変化を加える. このとき他端に生ずるたわみを求める. 諸元は以下の通りである.

温度変化 T=80[℃]（初期温度 20[℃]から 100[℃]に上昇する）　2 枚の板の厚さ　h=0.25 [mm]
はりの長さ l=10 [mm]　熱膨張係数　$\alpha_1=15\times10^{-6}$ [/℃]　$\alpha_2=1.5\times10^{-6}$ [/℃]
ヤング率 $E_1=E_2=130$ [GPa]

材料力学による解は以下の通りである.

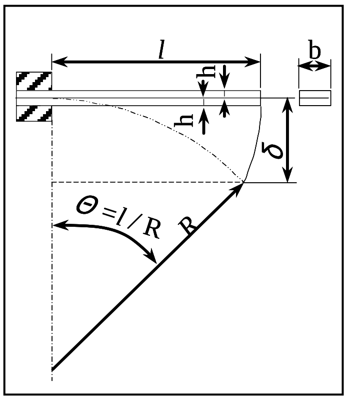

Fig.1　バイメタル

1. 先端のたわみが微小であるとした場合, たわみは曲率半径 R を用いて表すことができる.

2. はりの横断面に垂直力 P_1, P_2 および, 曲げモーメント M_1, M_2 が作用する.

3. 接着面において, 弾性的伸縮量と熱膨張量の和が両板について等しくなる必要がある. ひずみを等しくおけば次式が得られる.

$$\alpha_1 T-\frac{P_1}{AE_1}-\frac{h}{2R_1}=\alpha_2 T+\frac{P_2}{AE_2}+\frac{h}{2R_2}\quad\cdot\cdot\cdot(1)$$

4. 他方、曲率半径 R_1,R_2 の円弧にわん曲するために必要な曲げモーメントは

$$M_1=\frac{E_1 I}{R_1}\quad,\quad M_2=\frac{E_2 I}{R_2}\qquad\cdot\cdot\cdot(2)$$

5. この場合, 外力は作用していないので, 横断面に作用する応力の合力 及び合モーメントは 0 となるので

$$P_1=P_2=P\quad,\qquad M_1+M_2-Ph=0\quad\cdot\cdot\cdot(3)$$

6. 両板の厚さは非常に薄いと考え, $R=R_1=R_2$ とおくと

$$\begin{cases}(\alpha_1-\alpha_2)T=\dfrac{h}{R}+\dfrac{P}{bh}\left(\dfrac{1}{E_1}+\dfrac{1}{E_2}\right)\\ (E_1+E_2)\dfrac{h^2}{12}\cdot\dfrac{1}{R}=\dfrac{P}{b}\end{cases}\quad\cdot\cdot\cdot(4)$$

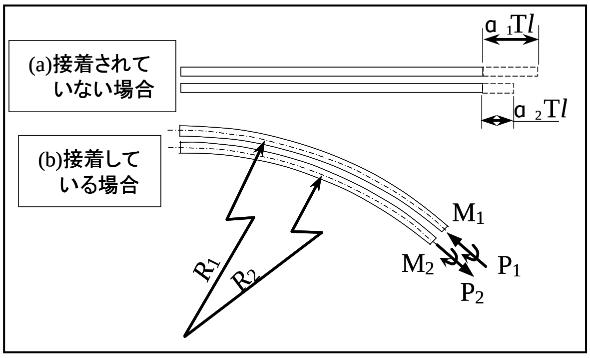

Fig.2 バイメタルに作用する荷重と変形

Mechanical Design & Analysis Corporation

7.　(4)式より　曲率 1 / R が求められる.

$$\frac{1}{R}=\frac{(\alpha_1-\alpha_2)T}{h}\cdot\frac{12E_1E_2}{(E_1+E_2)^2+12E_1E_2} \qquad \cdot\cdot\cdot(5)$$

8.　ゆえにバイメタルの先端のたわみ δ は次式の通りである.

$$\delta=R(1-\cos\theta) \;\fallingdotseq\; \frac{1}{2}\cdot\frac{l^2}{R} \;=\; \frac{l^2(\alpha_1-\alpha_2)T}{h}\cdot\frac{6E_1E_2}{(E_1+E_2)^2+12E_1E_2}$$

$$=\frac{10^2(15\times10^{-6}-1.5\times10^{-6})\times80}{0.25}\times\frac{6\times(130\times10^3)^2}{(130\times10^3+130\times10^3)^2+12\times(130\times10^3)^2} \;=\; 0.16 \quad [\mathrm{mm}] \qquad \cdot\cdot\cdot(6)$$

解析条件

Fig.3 に解析モデルを示す.

■　要　　素：三次元シェル要素　S4

■　材料定数：ヤング率 $E_1 = E_2 = 130\times10^3$[MPa]

　　　　　　ポアソン比 $\nu = 0$

　　　　　　熱膨張係数 $\alpha_1 = 15\times10^{-6}$ [/℃]

　　　　　　　　　　　$\alpha_2 = 1.5\times10^{-6}$ [/℃]

■　温度変化：20[℃] → 100[℃]

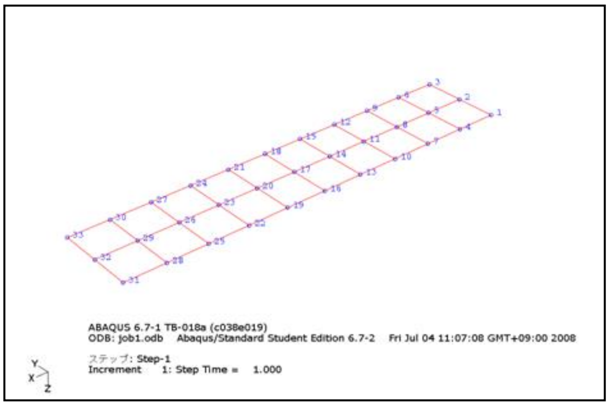

Fig.3　解析モデル

解析結果

Fig.4 に Abaqus の解析結果を示す. また得られた結果を Table.1 に示す. 理論解に一致する解析結果が得られた.

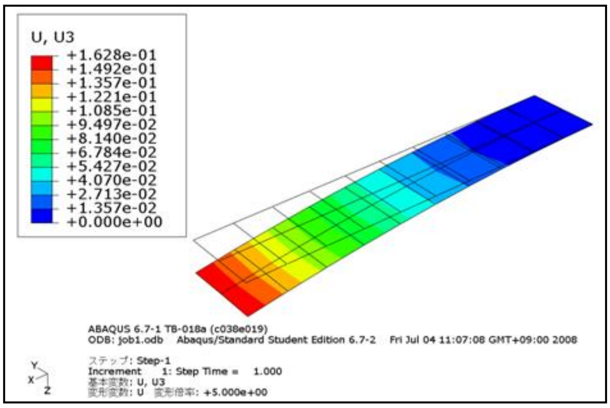

Fig.4　変形図（たわみ）

Table.1　理論解と解析結果の比較

		理論解	FEM 解
最大たわみ	[mm]	0.16	0.16

参考文献
（1）中原，実践材料力学，養賢堂，2002.

株式会社 メカニカルデザイン
〒182-0024　東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階
TEL 042-482-1539　FAX 042-482-5106
E-mail:comm@mech-da.co.jp　http://www.mech-da.co.jp